

УДК 621.391.3

**Симоненко Д.В.**, аспірант, Харківський нац. унів-т радіоелектроніки

**ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЕТЕВЫХ РЕСУРСОВ  
С ПОДДЕРЖКОЙ ГАРАНТИРОВАННОГО КАЧЕСТВА ОБСЛУЖИВАНИЯ  
В ТЕРРИТОРИАЛЬНО-РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ТКС**

**Симоненко Д.В.** Динамічна модель розподілу мережевих ресурсів з підтримкою гарантованої якості обслуговування в територіально-розподілених ТКС. У статті запропоновано розвиток динамічної моделі розподілу мережних ресурсів шляхом введення додаткових умов забезпечення гарантованої якості обслуговування. Запропоновані умови виступають у вигляді QoS-обмежень для задачі оптимізації. QoS-обмеження вдалося сформулювати в аналітичному вигляді завдяки тензорній інтерпретації математичної моделі телекомунікаційної мережі.

**Симоненко Д.В.** Динамическая модель распределения сетевых ресурсов с поддержкой гарантированного качества обслуживания в территориально-распределенных ТКС. В статье предложено развитие динамической модели распределения сетевых ресурсов путем введения дополнительных условий обеспечения гарантированного качества обслуживания. Предложенные условия выступают в виде QoS-ограничений для оптимизационной задачи. QoS-ограничения удалось сформулировать в аналитическом виде за счет тензорной интерпретации математической модели телекоммуникационной сети.

**Symonenko D.V.** Dynamic model of network resources allocation with the guaranteed quality of service in telecommunication networks with territorial allocation. This article proposes the development of dynamic model of

network resources allocation model by introducing additional conditions of guaranteed quality of service. Proposed conditions are presented as QoS constraints for optimization task. QoS constraints succeeded to be formulated in analytical form owing to tensor interpretation of mathematical telecommunication network model.

**Введение.** Как показал проведенный анализ, повышение эффективности управления буферными, канальными и информационными сетевыми ресурсами (очередями, пропускной способностью, трафиком и др.) и обеспечения гарантированного качества обслуживания может осуществлено в двух основных направлениях. *Первое направление* связано с совершенствованием непосредственно существующих технологических средств решения задач управления, что, как правило, сопровождается появлением обновленных версий протоколов резервирования ресурсов, маршрутизации, механизмов управления трафиком и очередями (буферным ресурсом). Но если соответствующим образом не пересмотреть содержание математических моделей и методов (*второе направление*), положенных в основу того или иного протокола/механизма, то в новых версиях удастся лишь локально адаптироваться к новым условиям функционирования телекоммуникационной сети (ТКС).

Стоит отметить, что графовые математические модели и комбинаторные методы решения задач маршрутизации, эвристические схемы распределения канального и буферного ресурса [1, 2] в целом не способны учесть комплекс требований системного характера, к основным из которых стоит отнести следующие:

- ✓ поддержка гарантированного качества обслуживания (Quality of Service, QoS) по нескольким разнородным показателям – временным, скоростным и показателям надежности;
- ✓ реализация многопутевой стратегии маршрутизации;
- ✓ расширение перечня учитываемых параметров при оценке состояния ТКС (загрузки буферного и канального ресурса, характеристик абонентского трафика);
- ✓ обеспечение высокого уровня согласованности при решении задач управления канальным, буферным и информационным ресурсом в ТКС;
- ✓ учет высокой динамики процессов информационного обмена и управления, протекающих в сети.

**Математическое описание динамики изменения состояния ТКС.** Структуру ТКС можно представить в виде ориентированного графа  $\Gamma(H, S)$ , множество вершин которого  $H = \{H_i, i = \overline{1, m}\}$  моделирует сетевые узлы – маршрутизаторы сети, а множество  $S$  – тракты передачи (рис.1). Множество трактов передачи для удобства представим двумя способами: в виде пар инцидентных узлов (рис.1, а) или с помощью сквозной нумерации (рис.1, б). Первый способ будет необходим для описание динамики информационного обмена в ТКС ( $S = \{S_{i,j}; i, j = \overline{1, m}; i \neq j\}$ ), а второй – для формализации условий обеспечения гарантированного качества обслуживания ( $S = \{S_k, k = \overline{1, n}\}$ ), где  $m$  и  $n$  – соответственно общее число узлов и трактов передачи в ТКС.

В соответствии с выше изложенными требованиями математические модели управления сетевыми ресурсами должны относиться к классу потоковых и носить динамический характер. При описании подобного рода моделей хорошо себя зарекомендовал подход, основанный на использовании аппарата дифференциальных (разностных) уравнений состояния.

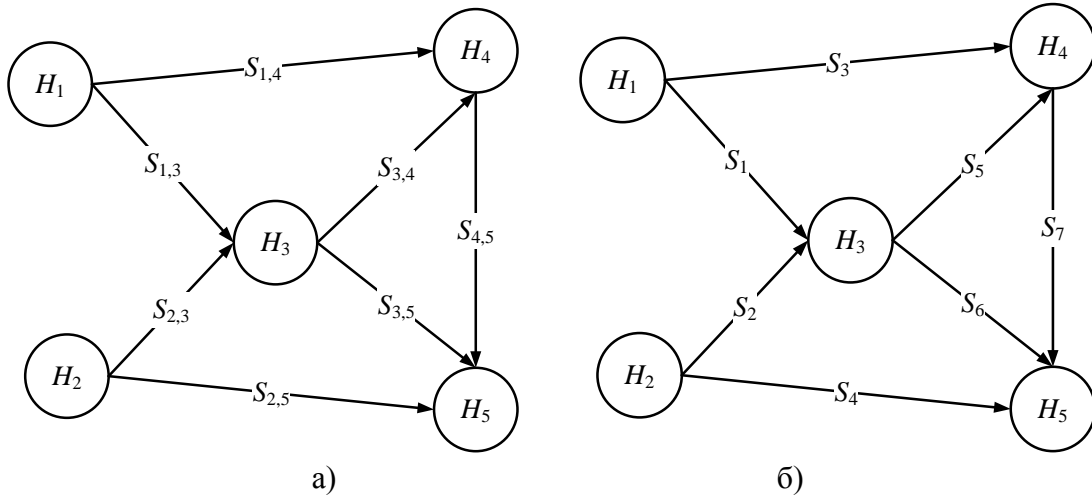


Рис.1. Пример структурного описания ТКС в виде графа

В соответствии с результатами работ [3, 4] пусть для ТКС, состоящей из  $m$  узлов, вектор переменных состояния  $\vec{x}(k)$  представляет собой  $m_x$ -мерный вектор загрузки буферных устройств на маршрутизаторах ТКС в момент времени  $t_k$  ( $m_x = m(m-1)$ );  $\vec{u}(k)$  –  $m_u$ -мерный вектор, который характеризует динамическую стратегию распределения сетевых ресурсов (для полносвязной структуры ТКС  $m_u = m(m-1)^2$ );  $\vec{w}(k)$  –  $m_x$ -мерный вектор абонентской нагрузки, поступающей на узлы ТКС на временном интервале  $\Delta t$ ;  $B(k)$  – это  $m_x \times m_u$ -матрица, характеризующая особенности структурного построения, а также пропускные способности ее трактов передачи в момент времени  $t_k$  на протяжении периода  $\Delta t$ . В скалярном виде динамику информационного обмена можно представить в виде следующей системы неавтономных разностных управляемых уравнений загрузки буферов очередей на сетевых узлах [3, 4]:

$$x_{i,j}(k+1) = x_{i,j}(k) - \sum_{\substack{l=1, \\ l \neq i}}^m b_{i,l}(k)u_{i,l}^j(k) + \sum_{\substack{v=1, \\ v \neq i,j}}^m b_{v,i}(k)u_{v,i}^j(k) + y_{i,j}(k), \quad (1)$$

где  $b_{v,i}(k) = c_{v,i}(k)\Delta t$ ,  $y_{i,j}(k) = \zeta_{i,j}(k)\Delta t$ , ( $k=0,1,2..$ ;  $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ );  $x_{i,j}(k)$  – объем данных, находящихся в очереди на  $i$ -м узле и предназначенных для передачи  $j$ -му узлу в момент времени  $t_k$ , трактуемый в дальнейшем как переменная состояния;  $c_{i,j}(k)$  – скорость передачи данных от  $i$ -го узла к  $j$ -му узлу в момент времени  $t_k$  в тракте  $S_{i,j}$ ;  $u_{i,l}^j(k)$  – доля пропускной способности тракта  $S_{i,l}$ , выделенная для передачи пакетов к  $j$ -му узлу в момент времени  $t_k$  и трактуемая в дальнейшем как управляющая переменная;  $\zeta_{i,j}(k)$  – средняя интенсивность внешнего трафика, поступающего от абонентов на  $i$ -й узел для  $j$ -го узла в момент времени  $t_k$ ;  $\Delta t$  – период перерасчета переменных управления.

В уравнении (1) слагаемые  $\sum_{\substack{l=1, \\ l \neq i}}^m b_{i,l}(k)u_{i,l}^j(k)$  и  $\sum_{\substack{v=1, \\ v \neq i,j}}^m b_{v,i}(k)u_{v,i}^j(k)$  определяют объемы данных, которые убывают или поступают в очередь  $x_{i,j}$  от соседних узлов в соответствии с

динамической стратегией управления сетевыми ресурсами. Приведенные слагаемые непосредственно отвечают за распределение канального ресурса между трафиками пользователей, а также согласно выражению (1) определяют порядок использования буферного пространства сетевых узлов-маршрутизаторов ТКС.

На переменные состояния, а также переменные управления сетевыми ресурсами с целью предотвращения перегрузки элементов ТКС может быть наложен ряд ограничений. Ввиду ограниченности величины буферов очередей на маршрутизаторах ТКС на переменные состояния накладываются ограничения вида

$$0 \leq x_{i,j}(k) \leq x_{i,j}^{\max}, \quad (2)$$

где  $x_{i,j}^{\max}$  – емкость буфера очереди на  $i$ -м маршрутизаторе для пакетов трафиков, передаваемых на  $j$ -й маршрутизатор.

Вследствие ограниченности пропускных способностей трактов передачи на переменные управления сетевыми ресурсами накладывается следующая система ограничений:

$$0 \leq u_{i,l}^j(k) \leq 1, \quad (3)$$

$$\sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^n u_{i,l}^j(k) \leq 1. \quad (4)$$

Система скалярных уравнений описывающих динамику информационного обмена (1) может быть представлена в векторно-матричной форме:

$$\bar{x}(k+1) = \bar{x}(k) + B(k)\bar{u}(k) + \bar{y}(k). \quad (5)$$

**Формализация условий обеспечения гарантированного качества обслуживания.** При реализации многопутевой стратегии маршрутизации для обеспечения сквозного QoS по скоростным показателям необходимо обеспечить выполнение условий:

$$\zeta_{i,j}(k) \leq \sum_{k=1}^{K(i,j)} c_{(i,j)}^k, \quad (6)$$

где  $K(i,j)$  – количество используемых путей между  $i$ -м и  $j$ -м узлами сети;

$c_{(i,j)}^k$  – пропускная способность  $k$ -го пути (пути  $P_k$ ) между  $i$ -м и  $j$ -м узлами сети.

Для временных показателей QoS (средняя задержка вдоль маршрута, джиттер), относящихся к классу аддитивных, искомые ограничения в общем виде могут быть записаны, например, в следующем виде:

$$\tau_{(i,j)}^{mpб} \geq \tau_{i,l}^k + \dots + \tau_{r,d}^k + \dots + \tau_{z,j}^k = \sum_{(r,d) \in P_k} \tau_{r,d}^k \quad (k \in K_{i,j}), \quad (7)$$

где  $\tau_{r,d}^k$  – текущее значение средней задержки пакетов в тракте  $(r,d)$   $k$ -го пути;  $\tau_{(i,j)}^{mpб}$  – требуемое (нормированное) значение задержки пакетов трафиков между  $i$ -м и  $j$ -м узлами вдоль всего множества путей  $K_{i,j}$ .

Для показателей надежности доставки, относящихся к классу вероятностных, в общем виде искомые условия можно представить в мультипликативной форме:

$$P_{(i,j)}^{mpб} \leq p_{i,l}^k \times \dots \times p_{r,d}^k \times \dots \times p_{z,j}^k = \prod_{(r,d) \in P_k} p_{r,d}^k \quad (k \in K_{i,j}), \quad (8)$$

где, например,  $p_{r,d}^k$  – вероятность своевременной доставки пакетов в тракте  $(r,d)$   $k$ -го пути;  $p_{(i,j)}^{mp\delta}$  – требуемое (нормированное) значение вероятности своевременной доставки пакетов между  $i$ -м и  $j$ -м узлами вдоль всего множества путей  $K_{i,j}$ .

Приведенные в общем виде условия обеспечения гарантированного качества обслуживания по скоростным (6), временным (7) показателям и показателям надежности (8) необходимо представить в виде зависимостей от структурных и функциональных параметров сети, а также характеристик трафика и требуемых значений показателей QoS. Благодаря тензорному описанию математической модели ТКС в работах [5] получены в аналитическом виде условия обеспечения качества обслуживания как по скоростным вероятностно-временным показателям QoS (средняя задержка, джиттер, вероятность своевременной доставки) как при идеальной надежности сетевых элементов, так и в условиях отказов, которые в работах [6, 7, 8] были адаптированы под нестационарную модель Галлагера под решение маршрутных задач и распределения канального ресурса. Тензорный характер описания позволил придать этим условиям следующий инвариантный вид

Не останавливаясь на процедурных аспектах вывода [6], предлагаются следующие условия гарантированного качества обслуживания, выступающие в качестве дополнительных ограничений при решении комплексной задачи многопутевой маршрутизации и распределения канальных и буферных ресурсов:

1. Для временных и скоростных показателей QoS:

$$\tau_{(i,j)}^{mp\delta} \geq \left( \langle 4,1 \rangle E_{(i,j)}(\pi\eta) - \left[ \langle 4,2 \rangle E_{(i,j)}(\pi\eta) \right] \left[ \langle 4,4 \rangle E_{(i,j)}(\pi\eta) \right]^{-1} \left[ \langle 4,3 \rangle E_{(i,j)}(\pi\eta) \right] \right)^{-1} \zeta_{i,j}(k) \quad (9)$$

при 
$$\left\| \begin{array}{c|c} \langle 1 \rangle E_{(i,j)}(\pi\eta) & \langle 2 \rangle E_{(i,j)}(\pi\eta) \\ \hline \langle 3 \rangle E_{(i,j)}(\pi\eta) & \langle 4 \rangle E_{(i,j)}(\pi\eta) \end{array} \right\| = E_{(i,j)}(\pi\eta), \quad \left\| \begin{array}{c|c} \langle 4,1 \rangle E_{(i,j)}(\pi\eta) & \langle 4,2 \rangle E_{(i,j)}(\pi\eta) \\ \hline \langle 4,3 \rangle E_{(i,j)}(\pi\eta) & \langle 4,4 \rangle E_{(i,j)}(\pi\eta) \end{array} \right\| = \langle 4 \rangle E_{(i,j)}(\pi\eta),$$

где  $E_{(i,j)}(\pi\eta)$  – проекция в рамках тензорной модели метрического тензора  $E$  в системе координат базисных контуров ( $\pi$ ) и узловых пар ( $\eta$ ) сети [5, 6].

2. Для скоростных показателей и показателей надежности (вероятностных показателей) QoS:

$$P_{(i,j)}^{mp\delta} \leq \left( \langle 4,1 \rangle X_{(i,j)}(\pi\eta) - \left[ \langle 4,2 \rangle X_{(i,j)}(\pi\eta) \right] \left[ \langle 4,4 \rangle X_{(i,j)}(\pi\eta) \right]^{-1} \left[ \langle 4,3 \rangle X_{(i,j)}(\pi\eta) \right] \right)^{-1} \zeta_{i,j}(k) \quad (10)$$

при 
$$\left\| \begin{array}{c|c} \langle 1 \rangle X_{(i,j)}(\pi\eta) & \langle 2 \rangle X_{(i,j)}(\pi\eta) \\ \hline \langle 3 \rangle X_{(i,j)}(\pi\eta) & \langle 4 \rangle X_{(i,j)}(\pi\eta) \end{array} \right\| = X_{(i,j)}(\pi\eta), \quad \left\| \begin{array}{c|c} \langle 4,1 \rangle X_{(i,j)}(\pi\eta) & \langle 4,2 \rangle X_{(i,j)}(\pi\eta) \\ \hline \langle 4,3 \rangle X_{(i,j)}(\pi\eta) & \langle 4,4 \rangle X_{(i,j)}(\pi\eta) \end{array} \right\| = \langle 4 \rangle X_{(i,j)}(\pi\eta),$$

где  $X_{(i,j)}(\pi\eta)$  – проекция метрического тензора  $X$  в системе координат базисных контуров и узловых пар.

В соответствии с вариантносью метрических тензоров имеют место следующие законы координатного преобразования [5, 6]:

$$E_{(i,j)}^{(\pi\eta)} = A_{(i,j)}^t E_{(i,j)}^{(v)} A_{(i,j)}, \quad X_{(i,j)}^{(\pi\eta)} = A_{(i,j)}^t X_{(i,j)}^{(v)} A_{(i,j)},$$

где  $A$  – матрица ковариантного преобразования при переходе от системы координат отдельных ветвей к системе координат независимых контуров и узловых пар;

$[\cdot]^t$  – символ транспонирования;

$E_{(i,j)}^{(v)}, X_{(i,j)}^{(v)}$  – проекции двухвалентных тензоров  $E$  и  $X$  в системе координат ветвей сети, координаты которых определяются моделью обслуживания пакетов в том или ином тракте передачи.

Проекция  $E_{(i,j)}^{(v)}, X_{(i,j)}^{(v)}$  представляются в виде диагональных  $n \times n$  матриц, в которых при моделировании процессов обслуживания пакетов системой массового обслуживания  $M/M/1$  с потерями элементы главной диагонали рассчитываются согласно следующим выражениям [5, 6, 9], отнесенных к соответствующим ветвям сети  $\{v_i \mid i = \overline{1, n}\}$ :

$$e_v^{ii} = \frac{\lambda^i \varphi_{(\theta)}^i (c_{(\varepsilon)}^i - \lambda^i)}{\varphi_{(\theta)}^i + c_{(\varepsilon)}^i k_{(n)}^i}; \quad x_v^{ii} = \lambda_v^i \left[ \log_2 \left( \frac{c_{(\varepsilon)}^i - \lambda^i}{c_{(\varepsilon)}^i - \lambda^i + \varphi_{(nom)}^i} \right) \right]^{-1},$$

где  $c_{(\varepsilon)} = c k_{(\varepsilon)}$  – эквивалентная пропускная способность тракта, выделенная для обслуживания данному трафику;

$k_{(n)}$  – коэффициент простоя тракта;

$k_{(\varepsilon)}$  – коэффициент готовности тракта, выражаемый через среднее время исправной работы  $\tau_{(u)} = 1/\varphi_{(o)}$  ( $\varphi_{(o)}$  – интенсивность отказов тракта) и среднее время простоя  $\tau_{(n)} = 1/\varphi_{(\theta)}$  ( $\varphi_{(\theta)}$  – интенсивность восстановления тракта);

$\varphi_{(nom)}$  – интенсивность потерь передаваемых пакетов;

$\varphi_{(nom)}^{(\varepsilon)} = \varphi_{(nom)} \left[ 1 + \frac{c k_{(\varepsilon)} k_{(n)}}{\varphi_{(nom)} k_{(\varepsilon)} + k_{(\theta)}} \right]$  – эквивалентная интенсивность потерь передаваемых пакетов;

$\lambda^i$  – интенсивность трафика в  $i$ -м тракте интенсивность трафика.

В соответствии с содержанием предлагаемой модели (1-10) интенсивность трафика в тракте  $S_{i,j}$  можно выразить с помощью выражения  $\lambda_{i,j} = c_{i,j} \sum_k u_{i,j}^k$ . Например, согласно рис.1 интенсивность в тракте  $S_{3,4}$  можно рассчитать следующим образом:  
 $\lambda_{3,4} = c_{3,4} (u_{3,4}^4 + u_{3,4}^5) = \lambda_5$ .

При формировании матрицы  $A$  используется преимущественно информация о сети топологического характера и, тем самым, обеспечивая возможность перестройки под возможные изменения структуры ТКС. Правила формирования матрицы  $A$  описаны в работе [5].

**Формулировка критерия оптимальности управления сетевыми ресурсами в ТКС.** В качестве критерия оптимальности получаемых решений в рамках данной динамической модели выберем минимум квадратичного функционала вида:

$$J = \sum_{k=0}^{a-1} [\bar{x}^t(k) Q_x \bar{x}(k) + \bar{u}^t(k) Q_u \bar{u}(k)], \quad (11)$$

где  $Q_x$  - диагональная неотрицательно определенная весовая матрица, определяемая приоритетностью очередей на узлах телекоммуникационной системы;

$Q_u$  - диагональная неотрицательно определенная весовая матрица, определяемая важностью трактов передачи данных в ТКС;

$a$  - количество интервалов  $\Delta t$ , для которых осуществляется расчет управляющих переменных.

Физически квадратичный функционал (11) характеризует суммарные затраты по загрузке буферных устройств узлов телекоммуникационной сети и пропускных способностей трактов ТКС на протяжении цикла оптимизации  $T = a\Delta t$  и функционально связан с объемом своевременно переданных пользовательских данных. На основании проведенного выше математического описания ТКС (1-10) выбранного критерия оптимальности процесса управления сетевыми ресурсами (11) решение исходной задачи по расчету вектора  $\bar{u}(t)$  можно свести к решению оптимизационной задачи по минимизации функционала (11) с учетом динамических ограничений (1), а также ограничений на переменные состояния (2) и управления (3-4), а также ограничений на качество обслуживания (9) и (10). Данная оптимизационная задача решается с помощью соответствующих методов оптимального управления – метода Беллмана, Понтрягина, а также численных методов прямой оптимизации.

**Выводы.** В статье предложено развитие динамической модели распределения сетевых ресурсов путем введения дополнительных условий обеспечения гарантированного качества обслуживания. Предложенные условия выступают в виде QoS-ограничений для оптимизационной задачи, положенной в основу базовой модели распределения сетевых ресурсов. Стоит отметить, что QoS-ограничения удалось сформулировать в аналитическом виде лишь за счет тензорной интерпретации математической модели телекоммуникационной сети. Благодаря заложенным в модели свойствам, она способна обеспечить расчет множества безконтурных мультипутей с контролем качества обслуживания, в частности данная задача рассматривалась по показателю средней задержки пакетов одновременно для нескольких трафиков пользователей, что полностью удовлетворяет требованиям концепции Multipath QoS-Based Routing.

Сформулированные QoS-ограничения жестко не привязаны к рассмотренной модели обслуживания пакетов в произвольном тракте передачи ТКС. В случае использования иных моделей распределения сетевых ресурсов, которые описывают динамику состояния отдельных трактов передачи или буферных ресурсов отдельных узлов, общая форма полученных QoS-ограничений остается неизменной. Изменяется лишь содержание ряда матриц, которые определяют метрику вводимых пространств. Стоит отметить, что в рамках тензорного подхода основным требованием к моделям сетевых элементов является возможность представления уравнений динамики состояния их элементов в аналитическом виде.

### Литература

1. Вегенша Ш. Качество обслуживания в сетях IP: Пер. с англ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2003. – 386 с.

2. Остерлох Х. Маршрутизация в IP-сетях. Принципы, протоколы, настройка. С.Пб.: ВHV.-С.Пб., 2002. – 512 с.
3. Segall A. The modeling of adaptive routing in data-communications networks // IEEE Trans. on communications. – 1975. – Vol. 25. №1. – P. 85-95.
4. Математичні основи теорії телекомунікаційних систем / В.В. Поповський, С.О. Сабурова, В.Ф. Олійник, Ю.І. Лосєв, Д.В. Агєєв та ін.: За загал. ред. В.В. Поповського. – Харків: ТОВ “Компанія СМІТ”, 2006. – 564 с.
5. Крон Г. Тензорный анализ сетей: Пер. с англ. – М.: Сов. радио, 1978. – 719 с.
6. Лемешко А.В. Вероятностно-временная модель QoS маршрутизации с предвычислением путей в условиях неидеальной надежности элементов телекоммуникационной сети // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – 2005. – Вып. 142. – С. 11-20.
7. Дробот О.А. Комплексная модель обеспечения гарантированного качества обслуживания с реализацией динамических стратегий распределения сетевых ресурсов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – 2007. – № 148. – С.43-54.
8. Бертсекас Д., Галлагер Р. Сети передачи данных. – М.: Мир, 1989. – 544 с.
9. Арипов М.Н. Проектирование и техническая эксплуатация сетей передачи дискретных сообщений. М.: Радио и связь, 1988. – 285 с.