
УДК 534.014.4

А.В. МАМОНТОВ

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ОПТИМАЛЬНЫХ ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩИХ ПОКРЫТИЙ ПОМЕЩЕНИЙ

Предлагается методика расчета звукопоглощающего покрытия с оптимальным временем реверберации и минимальной себестоимостью. Составляется целевая функция и ограничения. Разрабатывается алгоритм и компьютерная программа решения оптимизационной задачи в среде Mathcad. Приводятся данные, свидетельствующие об эффективности предложенной методики.

1. Введение

В зависимости от характера звуковой передачи требуется оптимальное значение стандартного времени реверберации (далее времени реверберации), которое определено для студий, киноконцертных и театральных залов и некоторых других помещений, в зависимости от типа звука (речи, жанра, музыкального стиля) [1-3]. Речевые передачи проводятся в

помещениях студий с малым временем реверберации, а музыкальные – с большим. Иначе речь будет неразборчивой, а музыка «сухой» (менее мелодичной).

Эта проблема проявляется и во многих производственных условиях, где необходимо воспринимать и дифференцировать звуковые сигналы в процессе работы. К таким помещениям можно отнести учебные классы, лекционные аудитории, помещения диспетчерских служб, участки диагностики, регулировки и настройки аппаратуры, участки изготовления прецизионных деталей и т. д.

Согласно [4] одним из вредных производственных факторов, влияющих на качество труда и состояние здоровья человека, является нагрузка на слуховой анализатор при необходимости воспринимать и дифференцировать звуковые сигналы. Он характеризуется разборчивостью слов и сигналов, и измеряется в процентах. Оптимальными считаются условия, в которых разборчивость сигналов находится в пределах 90...100%, допустимыми – 90...70%, вредными (2 степень) – менее 50%.

Таким образом, создание комфортных условий труда также связано с обеспечением оптимального (заданного) времени реверберации для определенного характера трудовой деятельности. Эти условия могут быть достигнуты, благодаря применению звукопоглощающего покрытия поверхностей помещения с определенным коэффициентом звукопоглощения и площадью.

В настоящее время существует возможность широкого выбора звукопоглощающих материалов с различными физическими свойствами и стоимостью. Случайный выбор какого-либо материала позволит улучшить условия труда, обеспечив требуемое (оптимальное) время реверберации. Однако с экономической точки зрения он не будет оптимальным. Учитывая большие площади производственных помещений, требуются как правило большие затраты, которые резко ограничивают применение звукопоглощающих покрытий с этой целью. *Актуальность* данной работы объясняется снижением себестоимости покрытия при оптимальном времени реверберации, которое позволит улучшить условия труда.

Оптимизация заключается в получении минимальной стоимости покрытия. Поставленная задача относится к нелинейному дискретночисленному программированию.

Цель исследования состоит в разработке методики расчета звукопоглощающего покрытия помещения, обеспечивающего минимальную себестоимость при заданном значении времени реверберации.

При этом необходимо решить следующие задачи:

1. Составить целевую функцию и ограничения минимизации стоимости звукопоглощающего покрытия.
3. Составить методику расчета оптимального покрытия для различных типов звука.
4. Составить компьютерную программу расчета покрытия в среде Mathcad.
5. Оценить экономическую эффективность применения оптимального покрытия.

2. Целевая функция, ее ограничения и постановка задачи

Целевой функцией в данной задаче является стоимость покрытия, которая определяется произведением удельной стоимости материала (с учетом стоимости крепежных элементов и работ по установке) на его площадь. Так как площадь звукопоглощающего материала зависит от нескольких величин, в общем случае целевая функция имеет вид:

$$F = C_j \cdot S_j = F(C_j; \alpha_{i,j}(S_j); T_{\text{опт}i}), \quad (1)$$

где C_j – удельная себестоимость материала, грн./м²; j – номер материала в перечне доступных материалов; S_j – площадь покрытия материалом, м²; $\alpha_{i,j}$ – коэффициент звукопоглощения ограничивающей поверхности; i – номер октавной полосы; j – номер материала в перечне доступных материалов; $T_{\text{опт}i}$ – оптимальное время реверберации в октавной полосе под номером i , с.

Ограничениями являются: объем помещения; максимально возможная площадь покрытия; функциональная зависимость коэффициента звукопоглощения от площади звукопоглощающего материала, объема помещения и времени реверберации; функциональная зависимость времени реверберации от объема помещения; допустимое отклонение времени реверберации от оптимального значения в октавных полосах частот.

Объем помещения V задается действительным числом. Максимально возможная площадь покрытия S_{\max} – это суммарная площадь потолка, стен и других ограничивающих поверхностей, которые допускается покрывать звукопоглощающим материалом. Ограничение по площади запишется следующим образом:

$$S_j \leq S_{\max} . \quad (2)$$

Рассмотрим известные функциональные зависимости оптимального времени реверберации от объема помещения, разработанные для звуковых студий [1; 2]. Если первичный источник звука и слушатель находится в одном и том же помещении, величина оптимальной реверберации определяется по приближенным формулам с погрешностью не более 10% в соответствии с действующими нормативами:

– для речевых передач

$$T_{\text{ОПТ}} = 0,3 \lg V - 0,05 ; \quad (3)$$

– для малых музыкальных форм и оперных театров

$$T_{\text{ОПТ}} = 0,4 \lg V - 0,15 ; \quad (4)$$

– для симфонической музыки

$$T_{\text{ОПТ}} = 0,5 \lg V - 0,3 , \quad (5)$$

где $T_{\text{ОПТ}}$ – оптимальное время реверберации в октавной полосе №3 (на частоте 500 Гц), с;
 V – объем помещения, м^3 .

Согласно формуле Эйринга время реверберации зависит от объема помещения, реверберационного коэффициента поглощения и площади ограничивающих поверхностей:

$$T = \frac{0,161V}{S\alpha'} , \quad (6)$$

здесь S – суммарная площадь ограничивающих поверхностей, м^2 ; α' – реверберационный коэффициент поглощения:

$$\alpha' = -\ln(1 - \alpha_{\text{CP}}) , \quad (7)$$

α_{CP} – средний коэффициент поглощения:

$$\alpha_{\text{CP}} = \frac{\frac{\sum_1^n S_a \alpha_a + S_j \alpha_j + (S_{\text{MAX}} - S_j) \alpha_b}{S}}{S_{\text{MAX}} + \frac{\sum_1^n S_a}{1}} , \quad (8)$$

где n – количество непокрываемых поверхностей (поверхностей, которые не могут быть покрыты, например, пола, окон, дверей, оборудование; S_a и α_a – соответственно, площадь и коэффициент звукопоглощения материала непокрываемой поверхности на частоте 500 Гц; a – номер непокрываемой поверхности; S_j и α_j – соответственно, площадь и коэффициент звукопоглощения материала покрытия на частоте 500 Гц; α_b – коэффициент звукопоглощения покрываемых поверхностей (стен и потолка) на частоте 500 Гц до покрытия. В данной работе значение α_b для всех покрываемых поверхностей упрощенно считается одинаковым.

Решив уравнения (3), (6), (7) совместно, получим функциональную зависимость коэффициента звукопоглощения материала от его площади и времени реверберации для речевых передач:

$$\alpha_j = \frac{(1 - \exp(-\frac{0,16V}{(S_{\text{MAX}} + \frac{\sum_1^n S_a}{1}) \cdot (0,3 \lg V - 0,05)})) (S_{\text{MAX}} + \frac{\sum_1^n S_a}{1}) - \sum_1^n S_a \alpha_a - (S_{\text{MAX}} - S_j) \alpha_b}{S_j} . \quad (9)$$

В общем случае, с учетом выражений (3)-(5), функциональная зависимость коэффициента звукопоглощения материала от его площади и времени реверберации равна

$$\alpha_j = \frac{(1 - \exp(-\frac{0,16V}{(S_{MAX} + \sum_1^n S_a) \cdot T_{\text{opt}}})) \cdot (S_{MAX} + \sum_1^n S_a) - \sum_1^n S_a \alpha_a - (S_{MAX} - S_j) \alpha_b}{S_j}. \quad (10)$$

Условия допустимого отклонения времени реверберации от оптимального значения в октавных полосах частот представлены в относительных единицах [1, 2]:

$$\delta_{\text{MIN}} \leq \frac{T_{\text{opt}i}}{T_{\text{opt}}} \leq \delta_{\text{MAX}}, \quad (11)$$

где δ_{MIN} и δ_{MAX} – соответственно, нижняя и верхняя границы допуска;

$$\frac{T_{\text{opt}i}}{T_{\text{opt}}} = \frac{0,16V}{(S_{MAX} + \sum_1^n S_a) \ln(1 - \frac{\sum_1^n S_a \alpha_{ia} + S_j \alpha_{ij} + (S_{MAX} - S_j) \alpha_{ib}}{(S_{MAX} + \sum_1^n S_a)})} \cdot T_{\text{opt}}. \quad (12)$$

На рис. 1 приведены частотные зависимости $\delta_{\text{MIN}i}$ и $\delta_{\text{MAX}i}$ (в октавных полосах) для речевых передач и музыкальных программ [2, 3].

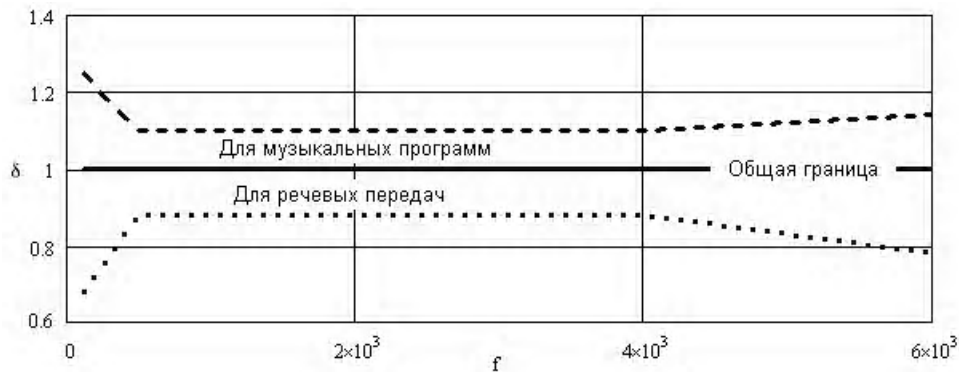


Рис. 1. Частотные зависимости $\delta_{\text{MIN}i}$ и $\delta_{\text{MAX}i}$

В данной задаче величины S_j ; $\alpha_{i,j}$ и $T_{\text{opt}i}$ заданы в виде дискретных значений. Требуется найти оптимальное сочетание величин α_j и S_j , при котором целевая функция (1) принимает минимальное значение.

3. Методика расчета оптимального покрытия

Традиционный инженерный способ расчета звукопоглощающего покрытия помещения основан на том, что материал и площадь покрытия выбираются произвольно, а дальнейшие расчеты сводятся к проверке соблюдения допуска на время реверберации в октавных полосах. Очевидна необходимость создания методики и компьютерной программы расчета оптимального покрытия.

Данная задача является оптимизационной и относится к нелинейному дискретночисленному программированию. Среди существующих методов ее решения наиболее подходящим является метод «ветвей и границ» [5; 6]. Однако применение данного метода в обычном виде затруднено тем, что целевая функция F зависит от S_j неявно.

Для вычисления целевой функции требуется предварительно вычислять S_j . Для этого организуем цикл вычислений, приравняв левую часть выражения (9) заданному значению $\alpha_{i,j}$. Площадь будем изменять с заданным шагом до тех пор, пока не будет получено тождество. Значение, при котором выражение обращается в тождество, будем считать площадью звукопоглощающего материала S_j (рис. 2).

Методика расчета покрытия включает в себя:

- выбор первого звукопоглощающего материала из перечня доступных;
- численное определение необходимой площади покрытия из условия (10);
- проверка условия (11);
- расчет стоимости покрытия (при выполнении условия (11));
- перебор остальных имеющихся материалов с выполнением перечисленных выше этапов;
- выбор материала, при котором целевая функция (1) имеет минимум.

На рис. 2, соответственно, показаны графики для коэффициента звукопоглощения при нефиксированном и фиксированном объеме помещения.

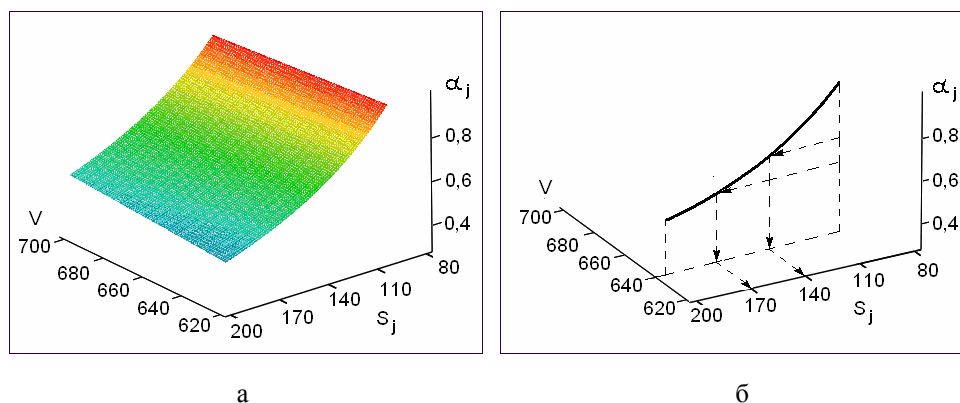


Рис. 2. Коэффициент звукопоглощения

Характеристики помещения, соответствующие рассмотренному примеру, приведены в компьютерной программе (рис. 3).

4. Компьютерная программа и расчет оптимального покрытия

Компьютерная программа разработана на основе предложенной методики в широко распространенной среде Mathcad-14 [7]. Исходные и выходные данные представлены в виде текста и матриц. Программа содержит необходимые пояснения, а также упрощения, которые не имеют принципиального значения.

Наименование материалов, данные об их физических свойствах и стоимости заимствованы из [8]. Толщина покрытий не превышает 30 мм.

В данной методике и программе не учитывались такие характеристики материалов, как теплопроводность, горючесть, влагостойкость и эстетические свойства. Однако работа в этом направлении не прекращается, и в дальнейшем эти требования могут быть учтены.

Помещение, для которого выполнялся расчет, имеет размеры 8 x 20 x 4 м. Потолок и стены оштукатурены (коэффициент звукопоглощения 0,1). Пол бетонный (коэффициент звукопоглощения 0,05). Покрывать можно стены и потолок.

В данной статье программа приведена в целях возможности воспроизводства всеми заинтересованными лицами.

5. Оценка экономической эффективности оптимального покрытия

Оценку экономической эффективности проведем путем сравнения стоимости звукопоглощающих покрытий помещения различными материалами. Результаты расчета стоимости покрытий приведены на рис. 4. Расчет проводился с использованием программы (см. рис. 3).

Анализируя полученные данные, видим, что стоимость оптимального покрытия составляет 6615 грн. Стоимость остальных покрытий находится в пределах 9765...15350 грн. Таким образом, экономический эффект от применения звукопоглощающего покрытия в данном помещении будет в пределах 3150...8735 грн. Учитывая то, что многие предприятия, учреждения и организации испытывают необходимость подобной реконструкции сразу в нескольких помещениях, экономический эффект по предприятию в целом увеличится как минимум на порядок.

$V := 640$ $S1 := 184$ $Smax := 360$ $Tотт := 0.3 \cdot \log(V) - 0.05$ $Tдоп := (0.68 \ 0.75 \ 0.88 \ 0.88 \ 0.88 \ 0.88 \ 0.78)$ $\delta min := Tдоп^T$

$\alpha f :=$	"Обознач. мат-ла\ Частота, Гц"	125	250	500	1000	2000	4000	6000	"Уд. стоимость, грн./кв.м"	$\alpha 1 := 0.05$ $\alpha 2 := 0.1$ $\Delta \alpha := 0.1$ $\delta max := 1$
	"Шуманет-EM"	0.03	0.17	0.68	0.98	0.86	0.45	0.30	74.8	
	"URSA"	0.4	0.85	0.98	1.0	0.93	0.97	0.80	108.5	
	"Isover"	0.3	0.77	0.92	0.98	0.86	0.80	0.72	102.2	
	"Rockwool"	0.03	0.18	0.66	0.99	0.88	0.73	0.45	77.4	
	"Heraklite"	0.18	0.15	0.71	0.93	0.95	0.56	0.45	102.2	
	"Ecofone"	0.05	0.44	0.98	0.90	0.79	0.45	0.32	73.5	
	"Izolone"	0.08	0.26	0.66	0.78	0.76	0.65	0.36	100.3	

```

for i ∈ 0
  for j ∈ 0
    Ki,j ← "Обозначение мат-ла"
  for j ∈ 1..last[(αf)(0)]
    Ki,j ← αfj,i
  for i ∈ 1
    for j ∈ 1..last[(αf)(0)]
      for Sj ∈ 1..Smax
        for n ∈ 0..6
          for p ∈ 1..7
            for q ∈ 1..7
              αSj,V ←  $\frac{-0.161 \cdot V}{1 - e^{(S1+Smax) \cdot (Tотт)}} \cdot (S1 + Smax) - S1 \cdot \alpha 1 - (Smax - Sj) \alpha 2$ 
              Ki,j ← Sj if |αfj,3 - αSj,V| < Δα ∧ δminn <  $\frac{-0.161 \cdot V}{\ln \left[ 1 - \frac{S1 \cdot \alpha 1 + (Smax - Sj) \alpha 2 + Sj \cdot \alpha f_{(p,q)}}{(S1 + Smax)} \right]} \cdot (S1 + Smax) \cdot Tотт$  < δmax
    for i ∈ 2
      for j ∈ 1..last[(αf)(0)]
        Ki,j ← αfj,8
    for i ∈ 3
      for j ∈ 0..last[(αf)(0)]
        Ki,j ← Ki-2,j · Ki-1,j
    for j ∈ 0
      for i ∈ 1
        Ki,j ← "Площадь покрытия, кв. м"
      for i ∈ 2
        Ki,j ← "Уд. стоимость, грн./кв. м"
      for i ∈ 3
        Ki,j ← "Стоимость покрытия, грн."
    for i ∈ 0
      for j ∈ 0..last[(KT)(0)]
        b ← augment(K(0), K(j)) if K3,j ≠ 0 ∧ K3,j = min[submatrix[K, 3, 3, 1, last[(αf)(0)]]]

```

Рис. 3. Компьютерная программа и расчет покрытия



Рис. 4. Стоимость покрытий различными звукопоглощающими материалами: 1 – «Шуманет-БМ»; 2 – «URSA»; 3 – «Isover»; 4 – «Rockwool»; 5 – «Heraklite»; 6 – «Ecofone»; 7 – «Izolone»

6. Выводы

Наряду с традиционным инженерным способом расчета звукопоглощающего покрытия помещения, при котором материал и площадь покрытия выбирались произвольно, а дальнейшие расчеты сводились к проверке соблюдения допуска на время реверберации, стала очевидной необходимость создания методики и компьютерной программы расчета оптимального покрытия. Также стала очевидной необходимость нормирования времени реверберации для различных видов деятельности, которая будет способствовать более высокой разборчивости звуковых сигналов и низкой утомляемости. В результате проделанной работы поставленные задачи были решены.

Научная новизна заключается в постановке и решении оптимизационной задачи расчета покрытия. Новизна заключается также и в том, что в данной работе сформулирована необходимость нормирования времени реверберации для различных видов трудовой деятельности в целях улучшения условий труда.

Практическая значимость заключается в возможности достижения существенного экономического эффекта при акустической обработке помещений с различным характером звуковых передач, а также в улучшении условий труда.

Список литературы: 1. *Иофе В. К и др.* Справочник по акустике. М.: Связь, 1979, 312 с. 2. *Выходец А. В. и др.* Радиовещание и электроакустика. М.: Радио и связь, 1989, 430 с. 3. *Сапожков М. А.* Электроакустика. М.: Связь, 1978, 272 с. 4. ГН 3.3.5-8-6.6.1 2002 р. Гігієнічна класифікація праці за показниками шкідливості та небезпечності факторів виробничого середовища, важкості та напруженості трудового процесу. 5. *Акулич И. Л.* Математическое программирование в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 1993. 275 с. 6. *Деньдобренко Б. Н. и др.* Автоматизация конструирования РЭА. М.: Высшая школа, 1980. 384 с. 7. *Гурский Д., Турбина Е.* Вычисления в Mathcad -12. М.: Питер, 2006. 544 с. 8. *Никифоров А. С.* Звукопоглощающие и звукоизоляционные материалы. М.: Связь, 2006. 322 с.

Поступила в редколлегию 16.03.2010

Мамонтов Александр Викторович, ст. пр. кафедры «Охрана труда» ХНУРЭ. Научные интересы: оптимизация защиты человека от вибрации, шума и радиации. Увлечения: музыка, садоводство, фото- и видеосъемка. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-13-60.