

МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЧЕТКОЙ КЛАСТЕРИЗАЦИИ И ФИЛЬТРАЦИИ КАЛМАНА

Предлагается и протестирован метод идентификации нелинейных систем с использованием алгоритмов нечеткой кластеризации. Результаты моделирования свидетельствуют о возможности адекватного описания нелинейных объектов нечеткими моделями, полученными по этому методу. Показано, что эффективным является применение фильтров Калмана совместно с нечеткой кластеризацией для повышения качества идентификации. Предложенный гибридный метод, объединяющий нечеткую кластеризацию и фильтрацию Калмана, может быть легко реализован на универсальных микропроцессорных вычислителях.

Введение

Для цифрового управления перспективным является применение нечетких систем Такаги-Сугено с постоянным набором правил, позволяющих получать формализованное представление численных процедур. Идентификация объектов цифрового управления по экспериментальным данным с использованием нечетких моделей является эффективным способом аппроксимации нелинейных систем. К наиболее известным моделям такой идентификации следует отнести нечеткую модель Такаги-Сугено (ТС) [1]. Эта модель основана на идее линеаризации нечетких областей в пространстве состояний. В соответствии с этим подходом нелинейная система может быть декомпозирована с помощью мультимодельной структуры, состоящей из совокупности линейных моделей, которые не обязательно являются независимыми. Наборы нечетких правил позволяют представить пространство входов некоторым множеством нечетких областей, позволяющих с помощью функций Такаги-Сугено описать поведение системы в этих областях [2].

Процедура создания нечеткой модели ТС в общем случае состоит из двух этапов:

- формирование функций принадлежности (ФП), соответствующих нечетким правилам;
- определение правил нечеткого вывода.

Первый этап может быть реализован путем нечеткой кластеризации в пространстве входов-выходов. Так как уравнения нечеткого вывода обычно выбираются линейными, то реализация второго этапа, как правило, основана на применении метода наименьших квадратов (МНК).

Существуют алгоритмы кластеризации, базирующиеся на оптимизации нечетких функций k -среднего. К ним относятся, например, алгоритмы, использующие евклидово расстояние между объектами, для которых формируемые кластеры имеют форму гиперсфер. Другие типы алгоритмов используют адаптивную норму для получения кластеров различной геометрической формы в одном и том же множестве данных [3].

Нечеткая кластеризация в декартовом пространстве входов-выходов широко используется для получения функций принадлежности моделей ТС. Применяя нечеткую кластеризацию, можно получить начальные многомерные нечеткие множества, которые могут быть использованы или непосредственно в модели или с помощью косвенных переменных (регрессоров). Так как обычно интерпретация многомерных нечетких множеств является затруднительной, то более предпочтительным является применение регрессоров для таких множеств.

В работе [2] предлагается метод нечеткого моделирования на алгоритме кластеризации Густафсона-Кесселя (ГК) для оценивания функций принадлежности и на МНК для оценивания параметров модели ТС. В работе [2] предлагается использовать алгоритм кластеризации Гата-Гева (ГГ) вместо метода ГК. Преимуществом такого алгоритма является то, что функции принадлежности могут быть здесь непосредственно получены по параметрам кластеров.

В настоящей работе предлагается подход к моделированию нелинейных объектов цифровых систем, использующий комбинацию алгоритма ГГ и фильтра Калмана.

1. Постановка задачи

Задачами настоящей работы являются:

- анализ методов идентификации нелинейных систем на основе кластеризации данных;
- анализ возможных подходов к построению локальных нечетких линейных моделей, объединение которых позволяет удовлетворительно аппроксимировать глобальную нелинейную модель;
- разработка и исследование модифицированного алгоритма нечеткой идентификации, основанного на процедуре Гат-Гева и фильтрации Калмана;
- исследование эффективности применения предложенного алгоритма на тестовых примерах идентификации нелинейных систем.

2. Общая характеристика задачи кластерного анализа

Кластерный анализ используется для классификации объектов по признакам подобия между ними и для группирования данных. Методы кластеризации могут быть применены для количественных (числовых) данных, для качественных (категорийных) данных или для смешанных данных. Идентификация реальных объектов цифрового управления основана, как правило, на наблюдениях числовых данных, характеризующих конкретные физические процессы. Каждое наблюдение состоит из n значений измеряемых переменных, образующих n -мерный вектор-столбец $Z_k = [Z_{1k}, \dots, Z_{nk}]^T, Z_k \in R^n$. Совокупность N наблюдений обозначим как $Z = \{Z_k; k = \overline{1, N}\}$. Такая совокупность может быть представлена соответствующей $(n \times N)$ -мерной матрицей данных.

В задачах идентификации столбцы матрицы Z содержат значения сигналов системы в дискретные моменты времени, а строки соответствуют физическим переменным системы (положению, скорости, температуре). Данные могут группироваться в кластеры различной геометрической формы, различных размеров и плотности.

Таким образом, кластеры могут рассматриваться как подмножества множества данных. Классические методы кластеризации базируются на классической теории множеств и позволяют определить, принадлежит или нет рассматриваемый элемент к некоторому кластеру, т.е. кластеры являются взаимно исключающими подмножествами в Z . Методы нечеткой кластеризации допускают принадлежность одного и того же элемента к различным кластерам одновременно, однако с разными оценками степени такой принадлежности.

Рассмотрим вначале принципы классического разбиения множества данных Z на кластеры. Такое разбиение может быть определено как семейство подмножеств $\{A_i / 1 \leq i \leq c\} \subset P(Z)$.

Матрица $U = [\mu_{ik}]$ соответствует классическому разбиению, если ее элементы удовлетворяют следующим условиям:

$$\begin{aligned} \mu_{ik} &\in \{0,1\} & 1 \leq i \leq c, \quad 1 \leq k \leq N; \\ \sum_{i=1}^c \mu_{ik} &= 1 & 1 \leq k \leq N; \\ 0 < \sum_{k=1}^N \mu_{ik} &< N & 1 \leq i \leq c. \end{aligned} \tag{1}$$

В i -й строке матрицы U содержатся значения функции принадлежности к i -му подмножеству множества Z .

Рассмотрим исходное множество данных $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_{10}\}$, представленное на рис. 1.

Визуально можно констатировать наличие в исходном множестве Z двух изолированных кластеров $A_1 = \{z_1, z_2, z_3, z_4\}$ и $A_2 = \{z_7, z_8, z_9, z_{10}\}$. Элементы z_5 и z_6 могут быть отнесены как к A_1 так и к A_2 , или же к обоим кластерам одновременно. Например, можно сформировать следующую матрицу разбиения:

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

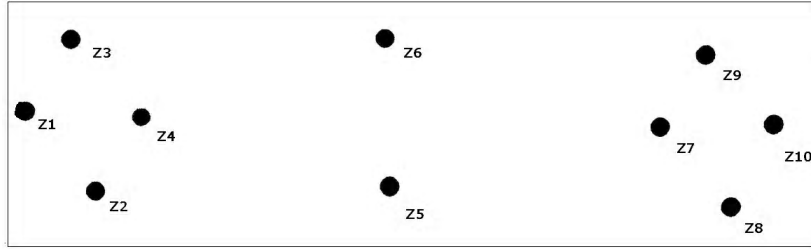


Рис. 1. Исходное множество данных в пространстве R^2

Первая строка матрицы U определяет функцию принадлежности для первого подмножества A_1 множества Z , а вторая строка – функцию принадлежности для второго подмножества A_2 множества Z .

Переход от классического разбиения исходного множества к нечеткому разбиению можно осуществить, полагая, что μ_{ik} принадлежит интервалу $[0,1]$. Для такого разбиения должны выполняться условия (1).

Одним из возможных вариантов разбиения исходного множества Z для примера 1.1 является:

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0.8 & 0.5 & 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0.5 & 0.8 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Отметим, что элементы Z_5 и Z_6 имеют здесь одинаковые степени принадлежности к каждому из кластеров. Можно утверждать, что нечеткое разбиение является более гибким по сравнению с классическим разбиением множеств данных.

К наиболее распространенным алгоритмам нечеткой кластеризации относится FCM-алгоритм (Fuzzy Classifier Means). Целью FCM-алгоритма кластеризации является автоматическая классификация множества объектов, которые задаются векторами признаков в пространстве признаков. Другими словами, такой алгоритм определяет кластеры и соответственно классифицирует объекты. Кластеры представляются нечеткими множествами, и, кроме того, границы между кластерами также являются нечеткими. FCM-алгоритм кластеризации предполагает, что объекты принадлежат всем кластерам с определенной ФП. Степень принадлежности определяется расстоянием от объекта до соответствующих кластерных центров. Данный алгоритм итерационно вычисляет центры кластеров и новые степени принадлежности объектов.

FCM-алгоритм основан на оптимизации s -функций (s -средних), имеющих следующую структуру:

$$J(Z; U, V) = \sum_{i=1}^c \sum_{r=1}^N (\mu_{ik})^m \|z_k - v_i\|_A^2, \quad (4)$$

где U – матрица нечеткого разбиения множества Z :

$$U = [\mu_{ik}], \quad (5)$$

V – вектор центров формируемых кластеров:

$$V = [v_1, v_2, \dots, v_c], \quad v_i \in R^n, \quad (6)$$

m – весовой показатель, определяющий степень нечеткости кластеров.

Норма расстояния между элементами множества Z и центрами кластеров определяется следующим образом:

$$D_{ikA}^2 = \|z_k - v_i\|_A^2 = (z_k - v_i)^T A (z_k - v_i). \quad (7)$$

Из (6) видно, что соответствующее расстояние взвешивается величиной степени принадлежности элементов $(\mu_{ik})^m$.

Минимизируя функцию (9), получаем:

$$\mu_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{D_{ikA}}{D_{jkA}}\right)^{\frac{2}{m-1}}}, \quad 1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq N, \quad v_i = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m z_k}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m}, \quad 1 \leq i \leq c. \quad (8)$$

Отношение (8) лежит в основе принципа нечеткой кластеризации с использованием FCM-алгоритма. В соответствии с этим алгоритмом для исходного множества данных Z задаются количество кластеров $c \in (1, N)$, значение показателя $m > 1$, константа условия останова $\varepsilon > 0$ и матрица нормы A . Затем случайным образом инициализируется матрица разбиения U .

Условие останова алгоритма: $\|U^{(l)} - U^{(l-1)}\| < \varepsilon$.

Форма кластеров определяется выбором матрицы A в уравнении (7). В частности, если $A = I$ (I – единичная матрица), то получаем стандартную норму Евклида:

$$D_{ikA}^2 = (z_k - v_i)^T (z_k - v_i).$$

В этом случае формируемые кластеры имеют сферическую форму.

3. Модифицированный алгоритм кластеризации

Проведем обобщение FCM-алгоритма с использованием адаптивной нормы расстояния, позволяющее выделять кластеры различной геометрической формы в исходном множестве данных. Будем предполагать, что в уравнении (7) элементы матриц A_i могут варьироваться, однако их определители должны оставаться фиксированными, т.е.:

$$|A_i| = \rho_i, \quad \rho_i > 0, \quad (9)$$

где значение константы ρ_i является фиксированным для каждого из кластеров. В этом случае, оптимизируя (7), можно получить следующее выражение для A_i :

$$A_i = [\rho_i \det(F_i)]^{\frac{1}{n}} F_i^{-1}, \quad (10)$$

где F_i – матрица нечеткой ковариации i -го кластера, определяемая следующим образом:

$$F_i = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m (z_k - v_i)(z_k - v_i)^T}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m}. \quad (11)$$

Зависимости (10), (11) лежат в основе алгоритма Гат-Гева (ГГ). Здесь, как и в FCM-алгоритме, вначале выбирается количество кластеров $1 < c < N$, показатель $m > 1$, константа условия останова $\varepsilon > 0$ и матрица нормы A , а затем случайным образом инициализируется матрица разбиения U .

Вычислительная схема алгоритма ГГ состоит в поэтапном выполнении операций, описанных ниже.

Этап 1. Определяем центры кластеров:

$$v_i^1 = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{(l-1)})^m z_k}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik}^{(l-1)})^m}, \quad 1 \leq i \leq c.$$

Этап 3. Определяем расстояния в соответствии с уравнением 10.

Этап 4. Формируем матрицу разбиения:

$$- \text{если } D_{ikA_i} > 0 \text{ для } 1 \leq i \leq c, \quad 1 \leq k \leq N, \text{ то } \mu_{ik}^{(l)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{D_{ikA_i}}{D_{jkA_i}} \right)^{\frac{2}{m-1}}};$$

$$- \text{если } D_{ikA_i} < 0, \text{ то } \mu_{ik}^{(l)} = 0.$$

$$\text{В общем случае } \mu_{ik}^{(l)} \in [0,1] \text{ и } \sum_{i=1}^c \mu_{ik}^{(l)} = 1.$$

Условием останова алгоритма является выполнение следующего неравенства:

$$\|U^{(l)} - U^{(l-1)}\| < \varepsilon.$$

Структура ковариационной матрицы кластера содержит информацию о его форме и ориентации. Наименьший из собственных векторов этой матрицы соответствует перпендикуляру к направлению кластера, в то время, как наибольший собственный вектор определяет направление кластера. Линеаризованные подмножества исходного множества данных могут быть представлены поверхностями, которые можно интерпретировать, как гиперплоскости. Собственный вектор, соответствующий наименьшему собственному числу, определяет перпендикуляр к этой гиперплоскости и может использоваться для локальной линейной модели.

Следует подчеркнуть, что преимуществом алгоритма ГГ по сравнению с алгоритмом FCM является его способность формировать кластеры, имеющие различные формы и направления.

4. Особенности идентификации нелинейных систем на основе нечеткой кластеризации данных

Рассмотрим основные этапы процедуры идентификации нелинейных систем на основе нечеткой кластеризации данных.

Этап 1. Измерение и сбор данных.

Выбор сигнала возмущения при идентификации системы является важной задачей, так как для получения репрезентативных данных надо воздействовать на систему по амплитудной и частотной осям, т.е. необходимо изменять эти две величины в существенном диапазоне. Очевидно, что этот сигнал должен иметь значительное число амплитудных уровней, а его частотные свойства должны быть представлены множеством гармоник.

Этап 2. Выбор структуры модели.

Основой этого этапа является выбор информативной совокупности входных и выходных переменных. Кроме того, необходимо выбрать порядок динамической модели. Этот этап позволяет перейти от проблемы динамической идентификации к проблеме создания статистических регрессионных зависимостей.

Этап 3. Кластеризация данных.

После выбора структуры и получения общей регрессионной модели переходят к ее представлению с помощью набора локальных линейных подмоделей. Положение и параметры каждой из формируемых подмоделей определяются разделением данных на кластеры. Каждый из этих кластеров определяет нечеткую область, в которой система может быть локально аппроксимирована линейной подмоделью.

Этап 4. Выбор количества кластеров.

На этом этапе определяется число формируемых кластеров (например, в соответствии с методами, предложенными в [4]).

Этап 5. Формирование исходной нечеткой модели.

Нечеткая кластеризация разделяет исходную совокупность регистрируемых данных на группы, в которых приемлемым является применение линейных локальных зависимостей между выходами и входами. Соответственно задаются правила выбора, функции принадлежности и другие компоненты, присущие нечеткой модели.

Этап 6. Редукция исходной модели.

Полученные на предыдущем этапе исходные нечеткие модели могут быть упрощены (например, путем объединения подобных функций принадлежности).

Этап 7. Оценка достоверности модели.

Полученная в результате идентификации модель может быть признана работоспособной либо неудовлетворительной. В последнем случае этапы идентификации должны быть реализованы вновь с внесением определенных изменений.

Рассмотрим подробнее задачу построения локальных статических зависимостей, реализуемую на этапах 2 и 3. К таким зависимостям относятся, например, модели NARX (Nonlinear Autoregressive with exogenous input – нелинейная авторегрессия с расширенным входом). Переход от динамической модели к статической может рассматриваться, как формирование регрессоров – операторов перехода из временной области сигналов в пространство состояний сигналов. Это позволяет описать поведение системы с помощью формализации статического преобразования регрессоров в соответствующие значения выходов модели. В настоящей работе для осуществления такого преобразования предлагается применение нечеткой логики.

В общем случае системы нечеткого типа являются аппроксиматорами функций, которые могут быть использованы для нелинейной регрессии. Нелинейная регрессия соответствует моделированию статической зависимости между выходной переменной $y \in Y \subset R$ и регрессионным вектором $x = [x_1, x_2, \dots, x_p]^T$ в пространстве $X \subset R^p$. Элементы регрессионного вектора будем называть регрессорами, а область X – регрессионным пространством. При этом в общем случае генерируемая система описывается следующей зависимостью:

$$y = f(x). \quad (12)$$

Сущность применения такого типа регрессии состоит в построении функции $F(x)$, которая может аппроксимировать функцию $f(x)$, используя при этом не только доступные данные, но и все элементы пространства X .

Ошибка такой аппроксимации может оцениваться в непрерывной области:

$$I = \int_x \|f(x) - F(x)\| dx \quad (13)$$

или же в дискретной области:

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|f(x_i) - F(x_i)\|, \quad (14)$$

где N – число дискретных значений данных.

Модель с минимальным значением I или J является наилучшей моделью выбранной структуры.

Как и в случае линейных систем, для идентификации нелинейных систем могут использоваться различные модели. В частности упомянутая выше NARX – модель задает зависимость между прогнозом значения выхода и предшествующими значениями наблюдений «вход-выход»: $\hat{y}(k+1) = F(y(k), \dots, y(k-n_y+1), u(k), \dots, u(k-n_u+1))$, где k – дискретное время; n_u, n_y – параметры, задающие порядок системы.

В NARX – моделях вектор регрессии содержит набор текущих и предыдущих данных для входов и выходов системы: $x(k) = [y(k), y(k-1), \dots, y(k-n_y+1), u(k), u(k-1), \dots, u(k-n_u+1)]^T$.

Задача аппроксимации функции $F(\cdot)$ может быть решена с применением нелинейной регрессии. Это позволит получить статическую модель на основе измерений входов и выходов исходной динамической системы:

$$S = \{(u(j), y(j)), j = 1, \dots, N\}. \quad (15)$$

Решающее правило R_i , формируемое с помощью NARX-модели, можно представить следующим образом:

R_i : если $y(k)$ соответствует A_{i1} , ..., $y(k-n_y+1)$ соответствует A_{in_y} ; а $u(k)$ соответствует B_{i1} , ..., $u(k-n_u+1)$ соответствует B_{in_y} , то $y(k+1)$ соответствует C_i . Квадратичная ошибка прогноза в этом случае составляет:

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y(i) - \hat{y}(i))^2. \quad (16)$$

5. Модифицированный алгоритм идентификации

Схема предлагаемого модифицированного алгоритма приведена на рис.2. Алгоритм содержит 3 основных этапа:

- а) разбиение входных и выходных данных $\{(x_k, y_k), k = \overline{1, N}\}$ на локальные линейные модели по алгоритму ГГ;
- б) получение функций принадлежности с использованием проекции кластеров и фильтра Калмана.
- в) определение правил вывода с использованием фильтра Калмана.

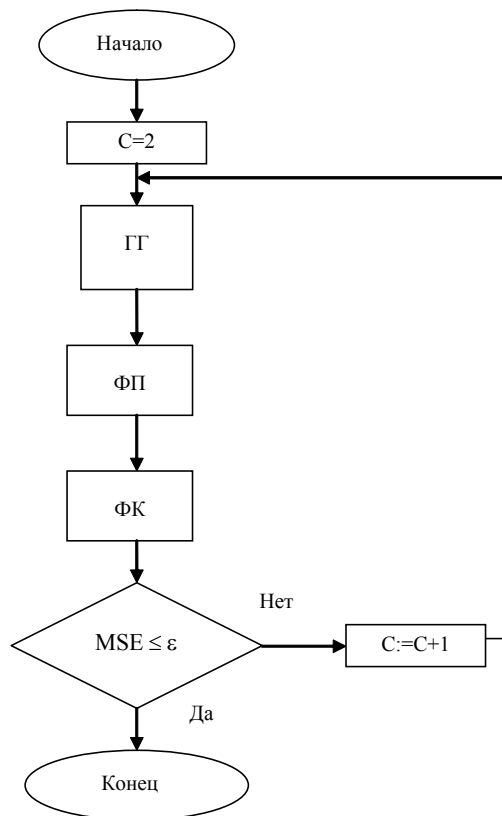


Рис. 2. Схема модифицированного алгоритма идентификации

На рис. 2. приняты следующие обозначения: ФП – определение функций принадлежности; ФК – фильтрация Калмана для определения параметров модели ТС.

Операция, соответствующая этим трем этапам, повторяются до получения оптимального числа кластеров C , как это показано на рис.2. Для оценивания качества идентификации используем среднеквадратичную оценку MSE (mean squared error). Критерием останова алгоритма является снижение MSE до некоторой заданной величины ε .

Функции принадлежности могут быть получены по результатам кластеризации и дальнейшего преобразования наборов дискретных значений матрицы разбиения в переменные предпочтения $x_j, j = \overline{1, n}$.

При этом формируются нечеткие наборы данных проекцией многомерного набора нечетких дискретных значений в регрессоры x_j , после чего правила ТС могут быть представлены в виде (12).

С целью получения прогнозирующей модели, удобной для использования в системе цифрового нечеткого управления, функции принадлежности должны быть определены та-

ким образом, чтобы была возможность вычисления любой степени принадлежности даже для данных, не содержащихся в исходном наборе. Для решения этой задачи используем фильтр Калмана, позволяющий аппроксимировать дискретные функции принадлежности линейными моделями и получить их в треугольной или трапециевидной форме.

Фильтрация Калмана является процедурой рекурсивного оценивания, минимизирующей некоторый квадратичный критерий. Каждый шаг оценивания вектора параметров, соответствующего уравнению прямой, осуществляется с использованием оценки на предыдущем шаге и новых входных данных (в нашем случае входом являются дискретные значения функций принадлежности). Рассмотрим подробнее соответствующую процедуру фильтрации.

Пусть имеется $2cn$ -мерных набора данных, каждый из которых представляет линейную часть некоторого нечеткого набора дискретных данных. Линейная часть выделяется путем б-среза рассматриваемого набора. В итоге формируются $2cn$ векторов параметров (для каждого набора). В каждом наборе получаем N_j дискретных значений, где j означает принадлежности к j -му набору.

Каждый набор может быть промоделирован следующим уравнением:

$$y_{k_j}^j = a^j x_{k_j} + b^j + v_{k_j} = \begin{bmatrix} x_{k_j} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^j \\ b^j \end{bmatrix} + v_{k_j} = C_{k_j}^j \theta_{k_j}^j + v_{k_j},$$

$$j = 1, 2, \dots, 2cn, \quad k_j = 1, 2, \dots, N_j,$$

где $C_{k_j}^j$ – вектор наблюдений в момент k_j ; $\theta_{k_j}^j = \begin{bmatrix} a^j & b^j \end{bmatrix}^T$ – вектор параметров; v_{k_j} – шум измерений; N_j – количество данных в j -м наборе.

Для упрощения будем обозначать далее k_j как k . В уравнении ТС представим вектор $\theta_{k_j}^j$ как переменную состояний, что позволяет перейти к следующему уравнению состояний:

$$\theta_{k_j}^j = A^j \theta_{k-1}^j + w_{k-1}^j, \quad j = 1, 2, \dots, 2cn, \quad (17)$$

где A^j – переходная матрица состояний размерности (2×2) ; w_{k-1}^j – шум состояний; $\theta_{k_j}^j$ – значение переменной состояния в момент k .

Шум состояний и шум измерений предполагаются статистически независимыми и могут быть рассмотрены как белый шум с нулевым математическим ожиданием и ограниченными дисперсиями. Рекуррентные процедуры пересчета переменных состояния и прогноза выхода примут следующий вид:

$$\hat{\theta}_{k/k-1}^j = A^j \hat{\theta}_{k/k-1}^j,$$

$$\hat{y}_k^j = C_k^j \hat{\theta}_{k/k-1}^j. \quad (18)$$

Следующий этап предлагаемого алгоритма основан на использовании фильтра Калмана, позволяющего непосредственно оценивать параметры модели ТС по набору входных данных и заданной функции принадлежности.

Из уравнения (17) получаем:

$$y = \sum_{i=1}^0 \varphi_i(x) (a_i^T x + b_i), \quad (19)$$

где $\varphi_i(x) = \omega_i(x) / \sum_{i=1}^0 \omega_i(x)$.

С учетом структуры сомножителей уравнение (19) можно представить в виде:

$$y = \begin{bmatrix} \varphi_1(x) & \varphi_2(x) & \dots & \varphi_c(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ \dots \\ a_c \\ b_c \end{bmatrix}.$$

Пусть $\Theta = [a_1 \ b_1 \ \dots \ a_c \ b_c]^T$ – вектор параметров ТС размерности $c(n+1)*1$ и $x_e = [x_1]$ – расширенный вектор размерности $1*(n+1)$. Введем обозначение:

$$C = [\varphi_1 x_e \ \varphi_2 x_e \ \dots \ \varphi_c x_e].$$

Тогда уравнение (26) примет вид:

$$y = C\Theta. \quad (20)$$

где C – вектор размерности $1*(n+1)c$.

С учетом шума измерений уравнение (20) для k -го момента времени преобразуется следующим образом:

$$y_k = C_k \Theta_k + v_k. \quad (21)$$

Если рассматривать Θ_k как переменную состояния, то уравнение состояний примет вид:

$$\Theta_k = A\Theta_{k-1} + \omega_{k-1},$$

где A – переходная матрица размерности $c(n+1)*c(n+1)$; ω_k – шум состояния.

Отметим, что шумы v_k и ω_k должны отвечать определенным ранее условиям.

Тогда для оценивания вектора параметров ТС Θ_k можно использовать фильтрацию Калмана вида:

$$\hat{\Theta}_{k/k-1} = A\hat{\Theta}_{k-1/k-1},$$

$$P_{k/k-1} = AP_{k-1/k-1}A^T + Q,$$

$$K_k = P_{k/k-1}C_k^T (C_k P_{k/k-1}C_k^T + r)^{-1},$$

$$\hat{\Theta}_{k/k} = \hat{\Theta}_{k/k-1} + K_k(y - C_k \hat{\Theta}_{k/k-1}),$$

$$P_{k/k} = P_{k/k-1} - K_k C_k P_{k/k-1},$$

где $\hat{\Theta}_k$ – оценка вектора Θ_k ; K_k – коэффициент Калмана; $P_{k/k-1}$ и $P_{k/k}$ – ковариационные матрицы ошибок прогнозирования и фильтрации соответственно.

Для оценки эффективности предложенного подхода рассмотрим пример нечеткой идентификации нелинейной системы.

6. Результаты моделирования

Рассмотрим пример моделирования нелинейной функции вида:

$$y = 10 \exp(-0.05x) \sin(0.07\pi x) + v, \quad (22)$$

где v – белый шум с дисперсией, равной 0,1.

Исходный набор данных, состоящий из значений функции (32), содержал 1200 дискретных значений аргумента x в интервале $[0, 120]$.

В результате кластеризации были сформированы 8 кластеров. В процессе моделирования рассматривался срез $d = 0.1$ (для проекции матрицы разбиения U на регрессор x). Сформированная модель представлена следующими 8 правилами:

$$R_i : \text{IF } x \text{ is } A_i, \text{ THEN } y = a_i x + b_i \quad i = 1, 2, \dots, 8, \text{ где } A_i \text{ – соответствующие функ-}$$

кции принадлежности; a_i, b_i – оцениваемые параметры ТС.

Параметры модели ТС, полученные с применением фильтра Калмана (ФК), приведены в таблице. Здесь приведены также значения, полученные с использованием метода наименьших квадратов (МНК), и значения среднеквадратичной ошибки (MSE).

Результаты моделирования показывают, что нечеткая ТС-модель, сформированная в соответствии с предложенным подходом, обладает хорошими аппроксимирующими свойствами.

		R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	MSE
МНК	a	.21	0	.41	.70	-.76	0	0.04	0.09	.081
МНК	b	.97	.99	-.90	.71	.63	0.99	0.99	-.99	
ФК	a	0	0.48	-.16	-.96	3.58	0.04	.11	1.11	.068
ФК	b	-1.08	-13.89	7.74	-.05	0	-.28	-6.78	1.21	

Выводы

В настоящей работе на основе проведенного анализа современных исследований в области разработки нечетких систем был предложен и протестирован метод идентификации нелинейных систем с использованием алгоритма Гат-Гева и калмановской фильтрации. Результаты моделирования свидетельствуют о возможности адекватного описания нелинейных объектов нечеткими моделями, полученными по этому методу. Показано, что эффективным является применение фильтров Калмана совместно с нечеткой кластеризацией для повышения качества идентификации. Отметим, что предложенный гибридный метод, объединяющий нечеткую кластеризацию и фильтрацию Калмана, может быть легко реализован на универсальных микропроцессорах и микроконтроллерах. Это позволяет сделать вывод о возможности его применения в системах цифрового управления нелинейными объектами.

Перспективным представляется развитие теоретического обоснования предложенного подхода и тестирование полученных результатов для различных типов нелинейных систем.

Список литературы: 1. *Круглов В.В.* Интеллектуальные информационные системы: компьютерная поддержка систем нечеткой логики и нечеткого вывода. М.: Физматлит, 2002. 315с. 2. *Kosko B.* Fuzzy systems as universal approximators // IEEE Transactions on Computers, vol. 43, No. 11, November 1994. P. 1329-1333. 3. *Леоненков А.* Нечеткое моделирование в среде MATLAB и FuzzyTECH. БХВ: Санкт-Петербург, 2003. 716 с. 4. *Рыжов А.П.* Элементы теории нечетких множеств и измерения нечеткости. М.: Диалог-МГУ, 2000. 116 с.

Поступила в редколлегию 05.09.2010

Удовенко Сергей Григорьевич, д-р техн. наук, профессор кафедры электронных вычислительных машин ХНУРЭ. Научные интересы: управление стохастическими процессами, методы вычислительного интеллекта. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14.

Альхайек Ранем, аспирант кафедры электронных вычислительных машин ХНУРЭ. Научные интересы: нечеткая идентификация нелинейных систем, нейро-нечеткое управление. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14.