

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА ВЯЗКИХ ТЕЧЕНИЙ, УСЛОЖНЕННЫХ МАССООБМЕНОМ (ЗАДАЧА ОБТЕКАНИЯ)

КОЛОСОВА С.В., ЛАМТЮГОВА С.Н.,

СИДОРОВ М.В.

(Системы и процессы управления)

Рассматривается применение методов R-функций, последовательных приближений и Галеркина к расчету задач внешнего обтекания тел вязкой несжимаемой жидкостью, усложненных массообменом.

Введение

Актуальность исследования. Задачи расчета вязких течений, усложненных массообменом, находят применение в теплоэнергетике, химической и пищевой технологиях, гео- и астрофизических исследованиях, охране окружающей среды. Так, многие процессы химической технологии связаны с движением жидкости в технологическом оборудовании. При подготовке реагентов и выделении продуктов реакции такие операции, как выщелачивание, абсорбция, экстракция и перегонка, играют важную роль. Законы гидродинамики, тепло- и массопередачи существенны для всего технологического процесса. Процессы тепло- и массообмена также являются одними из основных в энергетике, а также в целом ряде технологических процессов металлургической и других отраслей промышленности. Кроме того, задачи массообмена тел с равномерным вязким потоком лежат в основе расчета многих технологических процессов, связанных с растворением, экстракцией, испарением, осаждением коллоидов и т.д. [1].

В общем случае задача о стационарном массообмене тела вращения с потоком вязкой несжимаемой жидкости сводится к решению уравнения гидродинамического обтекания поверхности и уравнения для концентрации с соответствующими краевыми условиями на поверхности тела и вдали от него. Точно учесть геометрию области, а также краевые условия (в т.ч. и условие на бесконечности), можно, воспользовавшись конструктивным аппаратом теории R-функций акад. НАН Украины В.Л. Рвачева [2].

Метод R-функций в задачах гидродинамики использовался в работах [3–8], но рассматривались задачи расчета течений идеальной жидкости [3], или же вязкой в ограниченных областях [4–7] или при наличии винтовой симметрии [8].

Метод R-функций для задач внешнего обтекания тел вязкой жидкостью использовался в работах [9,10], но задачи внешнего обтекания тел вязкой жидкостью, усложненные массообменом, с использованием метода R-функций не рассматривались, хотя они составляют важный класс прикладных задач. Поэтому разработка новых, а также совершенствование существующих методов математического моделирования и численного анализа внешних стационарных задач гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости с учетом массообмена методом R-функций является актуальной научной проблемой.

Эта работа опирается на метод R-функций акад. В.Л. Рвачева [2] и его применения к расчету стационарных течений жидкости в бесконечных односвязных областях сложной геометрии [11].

Цели и задачи исследования. Целью данной работы является разработка нового метода численного анализа задачи массообмена тела вращения с равномерным поступательным потоком. Этот метод основан на совместном применении метода последовательных приближений, структурного метода R-функций и проекционного метода Галеркина. В данной работе не обсуждается степень строгости, условия применимости использованных уравнений движения жидкости, они рассматриваются как математические модели, подлежащие численной алгоритмизации.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- на основании методов теории R-функций построить полную структуру решения нелинейной краевой задачи для функции тока;
- заменить исходную нелинейную задачу последовательностью линейных краевых задач;
- для решения линейных задач на каждом шаге итерационного процесса разработать численный алгоритм на основании метода Галеркина;
- на основании методов теории R-функций построить полную структуру решения линейной краевой задачи для концентрации;
- для решения линейной задачи для концентрации разработать численный алгоритм на основании метода Галеркина.

1. Постановка задачи

Рассмотрим массообмен тела вращения с потоком вязкой несжимаемой жидкости. Считаем, что в пространстве введена декартова система координат (x, y, z) , а обтекаемое тело образовано вращением вокруг оси Oz фигуры Ω , лежащей в плоскости Oxz (фигура Ω односвязная, конечная и симметричная относительно оси Oz). Кроме того, предположим, что поток жидкости равномерный, его скорость равна U_∞ вдали от тела и он сонаправлен с осью Ox . Такие течения удобно рассматривать в сферической системе координат. В осесимметричных задачах в сферической системе координат r, θ, φ все величины не зависят от координаты φ и третья компонента скорости жидкости равна нулю: $v_\varphi = 0$. Тогда остальные две компоненты скорости жидкости можно представить в виде [1, 12]

$$v_r = \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad v_\theta = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad (1)$$

где $\psi = \psi(r, \theta)$ – функция тока.

Процесс массопереноса описывается уравнением для концентрации [1]

$$\Delta c = \text{Pe}(\vec{v} \cdot \nabla)c, \quad (2)$$

где $c = c(r, \theta)$ – концентрация, Pe – число Пекле – безразмерный параметр, характеризующий меру отношения конвективного переноса растворенного в жидкости вещества к диффузионному переносу,

$$\Delta c = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial c}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial c}{\partial \theta} \right),$$

$$(\vec{v} \cdot \nabla)c = v_r \frac{\partial c}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial c}{\partial \theta}.$$

Подставив (1) в (2), для концентрации $c = c(r, \theta)$ получим следующую задачу

$$\Delta c = \frac{Pe}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial c}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial c}{\partial \theta} \right) \text{ вне } \bar{\Omega}, \quad (3)$$

$$c|_{\partial\Omega} = c_0, \quad (4)$$

$$c \rightarrow 0 \text{ при } r \rightarrow \infty, \quad (5)$$

где c_0 – заданная концентрация на границе $\partial\Omega$ обтекаемого тела.

Функцию тока $\psi(r, \theta)$ можно найти, например, как решение следующей нелинейной задачи обтекания тела вязкой несжимаемой жидкостью [13]

$$\begin{aligned} v E^2 \psi = & \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial E\psi}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial E\psi}{\partial \theta} \right) + \\ & + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(2 \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) E\psi \text{ вне } \bar{\Omega}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\psi|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\partial\Omega} = 0, \quad (7)$$

$$\psi \sim \frac{1}{2} U_\infty r^2 \sin^2 \theta \text{ при } r \rightarrow \infty, \quad (8)$$

где $E\psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)$, $E^2 \psi = E(E\psi)$,

\mathbf{n} – внешняя к $\partial\Omega$ нормаль, $v = \operatorname{Re}^{-1}$, Re – число Рейнольдса.

Итак, решение задачи (3) – (5) состоит из двух этапов:

1) нахождение функции тока как решения задачи (6) – (8);

2) решение задачи (3) – (5) для концентрации.

Для решения поставленных задач воспользуемся методом R-функций акад. НАН Украины В.Л. Рвачева [2]: с помощью конструктивных средств теории R-функций построим структуру решения краевых задач, т.е. пучки функций, точно удовлетворяющие краевым условиям.

3. Метод решения задачи для функции тока

Пусть вне $\bar{\Omega}$ известна достаточно гладкая функция $\omega(r, \theta)$, обладающая следующими свойствами:

1) $\omega(r, \theta) > 0$ вне $\bar{\Omega}$;

2) $\omega(r, \theta) = 0$ на $\partial\Omega$;

3) $\frac{\partial \omega(r, \theta)}{\partial \mathbf{n}} = -1$ на $\partial\Omega$,

где \mathbf{n} – вектор внешней нормали к $\partial\Omega$.

Введем в рассмотрение достаточно гладкую функцию $y = f_M(x)$ [11], удовлетворяющую следующим условиям:

а) $f_M(0) = 0$;

б) $f'_M(0) = 1$;

в) $f'_M(x) \geq 0 \quad \forall x \geq 0$;

г) $f_M(x) \equiv 1 \quad \forall x \geq M$ ($M = \operatorname{const} > 0$).

Условиям а) – г) удовлетворяет, например, функция

$$f_M(x) = \begin{cases} 1 - \exp \frac{Mx}{x - M}, & 0 \leq x < M; \\ 1, & x \geq M. \end{cases}$$

Ясно, что такая $f_M(x) \in C^\infty[0, +\infty)$.

Обозначим

$$\omega_M(r, \theta) = f_M[\omega(r, \theta)]. \quad (9)$$

Функция $\omega_M(r, \theta)$ удовлетворяет условиям 1) – 3).

Кроме того, $\omega_M(r, \theta) \equiv 1$, если $\omega(r, \theta) \geq M$. Это условие означает, что если функция $\omega(r, \theta)$ монотонно возрастает при удалении от $\partial\Omega$, то функция $\omega_M(r, \theta)$ вида (9) отлична от единицы лишь в некоторой кольцеобразной области $\{0 \leq \omega(r, \theta) < M\}$, содержащейся во внешности $\bar{\Omega}$ и прилегающей к $\partial\Omega$.

В работе [9] показано, что при любом выборе достаточно гладких функций Φ_1 и Φ_2 ($\Phi_1 \cdot r^{-2} \rightarrow 0$ при $r \rightarrow +\infty$) краевым условиям (7) и условию на бесконечности (8) точно удовлетворяет функция вида

$$\psi = \omega_M^2 (\psi_0 + \Phi_1) + \omega_M^2 (1 - \omega_M) \Phi_2, \quad (10)$$

где $\psi_0 = \frac{1}{4} U_\infty (r - R)^2 \left(2 + \frac{R}{r} \right) \sin^2 \theta$ – решение Стокса для задачи обтекания сферы радиуса R (считаем, что сфера радиуса R целиком лежит внутри обтекаемого тела $\bar{\Omega}$).

Для решения задачи (6) – (8) воспользуемся методом последовательных приближений. Пусть начальное приближение $\psi^{(0)}$ задано. В качестве начального приближения $\psi^{(0)}$ можно взять, например, решение соответствующей линеаризованной задачи (приближение Стокса) [10].

Если i -е приближение $\psi^{(i)}$ построено, то новое $(i+1)$ -е приближение $\psi^{(i+1)}$ находим как решение линейной задачи

$$\begin{aligned} v E^2 \psi^{(i+1)} = & \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial \psi^{(i)}}{\partial \theta} \frac{\partial E\psi^{(i)}}{\partial r} - \frac{\partial \psi^{(i)}}{\partial r} \frac{\partial E\psi^{(i)}}{\partial \theta} \right) + \\ & + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(2 \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial \psi^{(i)}}{\partial r} - \frac{2}{r} \frac{\partial \psi^{(i)}}{\partial \theta} \right) E\psi^{(i)} \text{ вне } \bar{\Omega}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\psi^{(i+1)} \Big|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial \psi^{(i+1)}}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\partial\Omega} = 0, \quad (13)$$

$$\psi^{(i+1)} \sim \frac{1}{2} U_\infty r^2 \sin^2 \theta \text{ при } r \rightarrow \infty. \quad (14)$$

В соответствии с (10) структура решения задачи (12) – (14) имеет вид

$$\psi^{(i+1)} = \omega_M^2 \Phi_1^{(i+1)} + \omega_M^2 (1 - \omega_M) \Phi_2^{(i+1)}.$$

Для аппроксимации неопределенных компонент $\Phi_1^{(i+1)}$ и $\Phi_2^{(i+1)}$ воспользуемся методом Галеркина [14].

Известно [12, 15], что общее решение уравнения $E^2 \psi = 0$ при отсутствии в физической постановке сингулярностей может быть записано в виде

$$\begin{aligned} \psi(r, \theta) = & \sum_{n=2}^{\infty} \left(A_n r^n + B_n r^{1-n} + C_n r^{n+2} + \right. \\ & \left. + D_n r^{3-n} \right) J_n(\cos \theta), \end{aligned} \quad (15)$$

где A_n, B_n, C_n, D_n – произвольные постоянные, $J_n(\zeta)$ – функции Гегенбауэра первого рода. Представлением (15) воспользуемся для выбора координатных последовательностей.

Для аппроксимации неопределенной компоненты $\Phi_1^{(i+1)}$ воспользуемся функциями системы

$$\left\{ r^{-1} J_2(\cos \theta), r^{-1} J_4(\cos \theta), r^{-2} J_3(\cos \theta), r^{-2} J_5(\cos \theta), \dots, \right. \\ \left. r^{-n} J_{n+1}(\cos \theta), r^{-n} J_{n+3}(\cos \theta), \dots \right\}, \quad (16)$$

а для аппроксимации неопределенной компоненты $\Phi_2^{(i+1)}$ воспользуемся функциями системы

$$\left\{ J_3(\cos \theta), r J_2(\cos \theta), r^2 J_2(\cos \theta), r^4 J_2(\cos \theta), r^3 J_3(\cos \theta), \right. \\ \left. r^5 J_3(\cos \theta), \dots, r^n J_n(\cos \theta), r^{n+2} J_n(\cos \theta), \dots \right\}. \quad (17)$$

Итак, функции $\Phi_1^{(i+1)}$ и $\Phi_2^{(i+1)}$ представим в виде

$$\Phi_1^{(i+1)} \approx \Phi_{1,m_1}^{(i+1)} = \sum_{n=1}^{m_1} \alpha_n^{(i+1)} \tau_n,$$

$$\Phi_2^{(i+1)} \approx \Phi_{2,m_2}^{(i+1)} = \sum_{n=1}^{m_2} \alpha_{n+m_1}^{(i+1)} \tau_{n+m_1},$$

где $\tau_1, \dots, \tau_{m_1}$ – первые m_1 функций системы (16), а $\tau_{m_1+1}, \dots, \tau_{m_1+m_2}$ – первые m_2 функций системы (17).

Тогда

$$\psi^{(i+1)} \approx \psi_N^{(i+1)} = \omega_M^2 \psi_0 + \sum_{n=1}^N \alpha_n^{(i+1)} \varphi_n, \quad (18)$$

где $N = m_1 + m_2$,

$$\varphi_1 = \omega_M^2 \tau_1, \dots, \varphi_{m_1} = \omega_M^2 \tau_{m_1},$$

$$\varphi_{m_1+1} = \omega_M^2 (1 - \omega_M) \tau_{m_1+1}, \dots,$$

$$\varphi_N = \omega_M^2 (1 - \omega_M) \tau_{m_1+m_2}.$$

Таким образом, построенные функции φ_n образуют координатную последовательность.

Коэффициенты $\alpha_1^{(i+1)}, \dots, \alpha_N^{(i+1)}$ найдем из условия ортогональности невязки, полученной после подстановки функции (18) в уравнение (12), к системе функций

$$\left\{ \omega_M^2(r, \theta) r^{1-k} J_k(\cos \theta), k = 2, 3, \dots; \right.$$

$$\left. \omega_M^2(r, \theta) r^{3-k} J_k(\cos \theta), k = 4, 5, \dots; \right.$$

$$\left. \omega_M^2(r, \theta) r J_2(\cos \theta), \omega_M^2(r, \theta) J_3(\cos \theta), \right.$$

$$\left. \omega_M^2(r, \theta) r^j J_j(\cos \theta), \omega_M^2(r, \theta) r^{j+2} J_j(\cos \theta), j = 2, 3, \dots \right\}.$$

Это приводит к необходимости решения системы линейных уравнений относительно $\alpha_1^{(i+1)}, \dots, \alpha_N^{(i+1)}$.

Итерации следует прекратить, когда $\left\| \psi^{(i+1)} - \psi^{(i)} \right\| < \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$ – малое число.

4. Метод решения задачи для концентрации

Подставив найденную функцию тока в уравнение (3), решим задачу (3) – (5) также методом R-функций. Нами доказана следующая теорема.

Теорема. При любом выборе достаточно гладких

функций Ψ_1 и Ψ_2 ($\Psi_1 \rightarrow 0$ при $r \rightarrow +\infty$) краевым условиям (4) и (5) точно удовлетворяет функция вида

$$c = c_0 (1 - \omega_M) + \omega_M \Psi_1 + \omega_M (1 - \omega_M) \Psi_2.$$

Для аппроксимации неопределенных компонент Ψ_1 и Ψ_2 также воспользуемся методом Галеркина [14].

Для аппроксимации неопределенной компоненты Ψ_1 воспользуемся функциями полной системы частных решений уравнения Лапласа относительно области $\{\omega(r, \theta) > 0\}$

$$\left\{ r^n P_n^m(\cos \theta), m = 0, 1, 2, \dots, n, n = 0, 1, 2, \dots \right\}, \quad (19)$$

а для аппроксимации неопределенной компоненты Ψ_2 воспользуемся функциями полной системы частных решений уравнения Лапласа относительно области $\{\omega(r, \theta) < M\}$

$$\left\{ r^{-n-1} P_n^m(\cos \theta), m = 0, 1, 2, \dots, n, n = 0, 1, 2, \dots \right\}, \quad (20)$$

где $P_n^m(\cos \theta)$ – присоединенные функции Лежандра.

Итак, функции Ψ_1 и Ψ_2 представим в виде

$$\Psi_1 \approx \Psi_{1,m_3} = \sum_{k=1}^{m_3} \beta_k \gamma_k,$$

$$\Psi_2 \approx \Psi_{2,m_4} = \sum_{k=1}^{m_4} \beta_{k+m_3} \gamma_{k+m_3},$$

где $\gamma_1, \dots, \gamma_{m_3}$ – первые m_3 функций системы (19), а $\gamma_{m_3+1}, \dots, \gamma_{m_3+m_4}$ – первые m_4 функций системы (20).

Тогда

$$c \approx c_K = c_0 (1 - \omega_M) + \sum_{k=1}^K \beta_k \phi_k, \quad (21)$$

где $K = m_3 + m_4$,

$$\phi_1 = \omega_M \gamma_1, \dots, \phi_{m_3} = \omega_M \gamma_{m_3},$$

$$\phi_{m_3+1} = \omega_M (1 - \omega_M) \gamma_{m_3+1}, \dots,$$

$$\phi_K = \omega_M (1 - \omega_M) \gamma_{m_3+m_4}.$$

Коэффициенты β_1, \dots, β_K найдем из условия ортогональности невязки, полученной после подстановки функции (21) в уравнение (3), к первым m_3 функциям системы (19) и к первым m_4 функциям системы (20).

Это приводит к необходимости решения системы линейных уравнений относительно β_1, \dots, β_K .

Таким образом, мы получим приближенное решение задачи (3) – (5).

5. Вычислительный эксперимент

Вычислительный эксперимент был проведен для задачи обтекания сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ и эллипсоида

$$\text{вращения } \frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \text{ при } c_0 = 1, M = 5, \text{ разных}$$

числах Рейнольдса и Пекле. На рис. 1 – 6 приведены линии концентрации для сферы, на рис. 7 – 12 – для эллипсоида вращения.

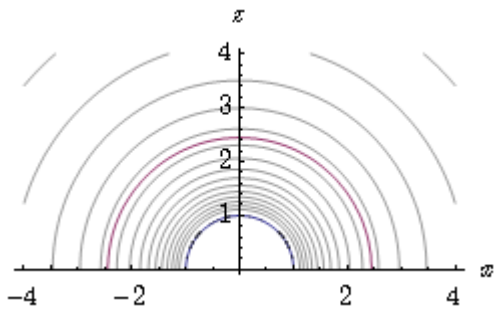


Рис. 1. Линии концентрации для сферы для $Re = 0$ и $Pe = 0$.

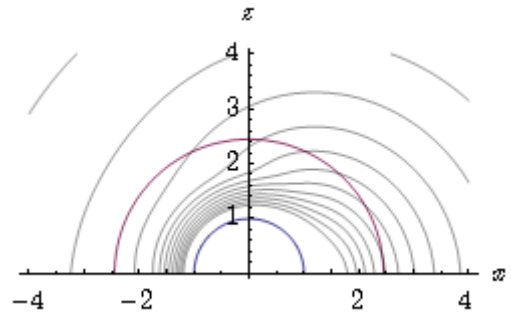


Рис. 2. Линии концентрации для сферы для $Re = 0$ и $Pe = 10$.

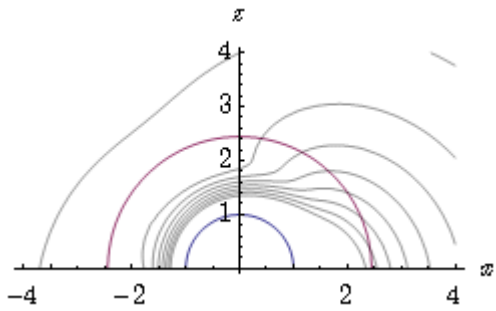


Рис. 3. Линии концентрации для сферы для $Re = 0$ и $Pe = 20$.

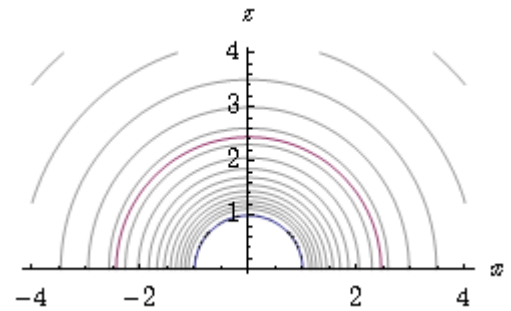


Рис. 4. Линии концентрации для сферы для $Re = 25$ и $Pe = 0$.

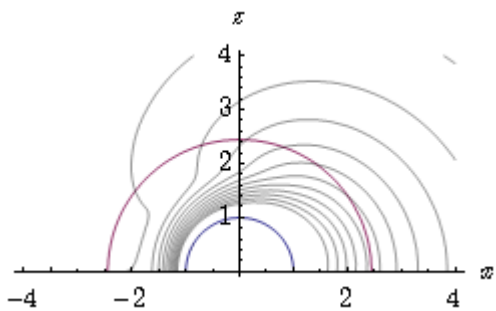


Рис. 5. Линии концентрации для сферы для $Re = 25$ и $Pe = 10$.

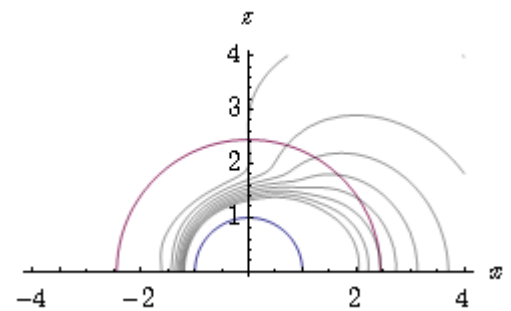


Рис. 6. Линии концентрации для сферы для $Re = 25$ и $Pe = 20$.

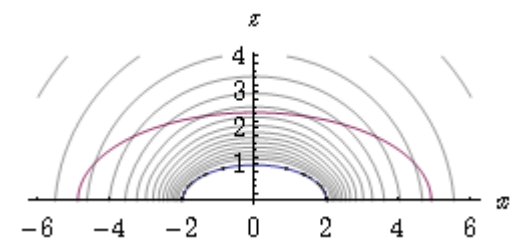


Рис. 7. Линии концентрации для эллипсоида для $Re = 0$ и $Pe = 0$.

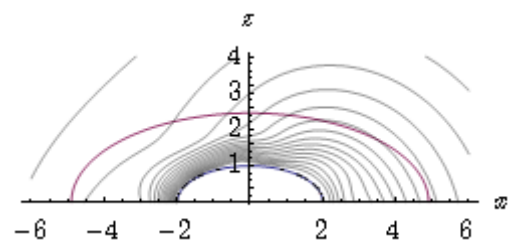


Рис. 8. Линии концентрации для эллипсоида для $Re = 0$ и $Pe = 10$.

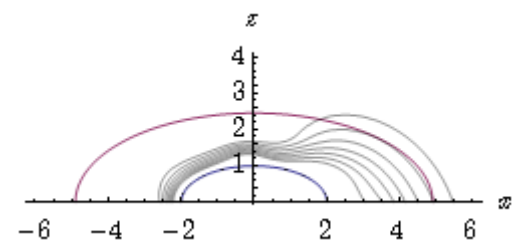


Рис. 9. Линии концентрации для эллипсоида для $Re = 0$ и $Pe = 20$.

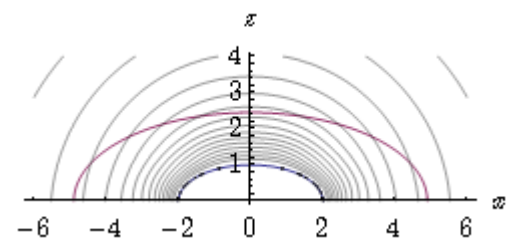


Рис. 10. Линии концентрации для эллипсоида для $Re = 30$ и $Pe = 0$.

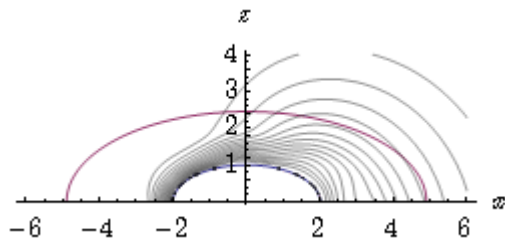


Рис. 11. Линии концентрации для эллипсоида для $Re = 30$ и $Pe = 10$.

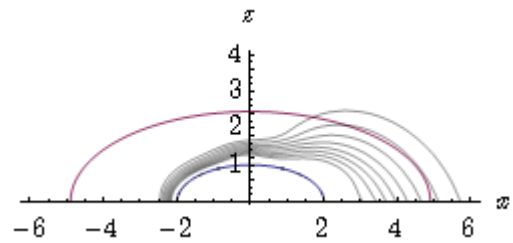


Рис. 12. Линии концентрации для эллипсоида для $Re = 30$ и $Pe = 20$.

Выводы

В работе впервые предложен численный метод расчета массообмена тела вращения с равномерным поступательным потоком, основанный на совместном применении методов последовательных приближений, R-функций и Галеркина, который отличается от известных методов универсальностью (алгоритм не изменяется при изменении геометрии области) и тем, что структура решения точно учитывает все краевые условия задачи, в том числе и условие на бесконечности. Разработанный метод позволяет проводить математическое моделирование разных технологических и физико-механических процессов.

Сказанное выше и определяет *научную новизну и практическую значимость* полученных результатов.

Литература: 1. Кутепов А.М., Полянин А.Д., Запryanов З.Д., Вязьмин А.В., Казенин Д.А. Химическая гидродинамика: Спр. пос. М.: Квантум, 1996. 336 с. 2. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. К.: Наук. думка, 1982. 552 с. 3. Колосова С.В. Применение проекционных методов и метода R-функций к решению краевых задач в бесконечных областях. Дисс. ... к.ф.-м.н.: 01.01.07 Вычислительная математика. Харьков: ХИРЭ, 1972. 85 с. 4. Колосова С.В., Сидоров М.В. Применение метода R-функций к расчету плоских течений вязкой жидкости // Вісн. ХНУ. Сер. Прикл. матем. і мех. 2003. № 602. С. 61 – 67. 5. Суворова И.Г. Компьютерное моделирование осесимметричных течений жидкости в каналах сложной формы // Вестн. НТУ ХПИ. Харьков, 2004. № 31. С. 141 – 148. 6. Тевяшев А.Д., Гибкина Н.В., Сидоров М.В. Об одном подходе к математическому моделированию плоских стационарных течений вязкой несжимаемой жидкости в конечных односвязных областях // Радиоелектроніка і інформатика. 2007. № 2. С. 50 – 57. 7. Суворова И.Г., Кравченко О.В., Баранов И.А. Математическое и компьютерное моделирование осесимметричных течений вязкой несжимаемой жидкости с использованием метода R-функций // Мат. методи та фіз.-мех. поля. 2011. 54, № 2. С. 139 – 149. 8. Максименко-Шейко К.В. Математическое моделирование теплообмена при движении жидкости по каналам с винтовым типом симметрии методом R-функций // Доп. НАН України. 2005. № 9. С. 41 – 46. 9. Ламтюгова С.М., Сидоров М.В. Застосування методу R-функцій до розрахунку зовнішніх повільних течій в'язкої рідини // Відбір та обробка інформації. 2012. № 36 (112) С. 56 – 62. 10. Ламтюгова С.Н. Математическое моделирование линеаризованных задач обтекания в сферической и цилиндрической системах координат // Вісник Запорізького національного університету. Серія: фізико-математичні науки. 2012. №1. С. 112 – 122. 11. Стрельченко А.Й., Колосова С.В., Рвачов В.Л. Про один метод розв'язування крайових задач // Доп. АН УРСР, сер. А. 1972. № 9. С. 837 – 839. 12. Ханпель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 630 с. 13. Полянин А.Д., Зайцев В.Ф. Справочник по нелинейным уравнениям математической физики: Точные решения. М.: ФИЗМАТЛИТ,

2002. 432 с. 14. Красносельский М.А., Вайникко Г.М., Забрейко П.П., Рунтцкий Я.Б., Стеценко В.Я. Приближенное решение операторных уравнений. М.: Наука, 1969. 420 с. 15. Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. 576 с.

Поступила в редколлегию 00.00.0000

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Колосов А.И.

Колосова Светлана Васильевна, канд. физ.-мат. наук, проф. каф. прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование, численные методы математической физики. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 7021436.

Ламтюгова Светлана Николаевна, аспирант каф. прикладной математики ХНУРЭ, ассистент каф. высшей математики ХНУГХ им. А.Н. Бекетова. Научные интересы: математическое моделирование, численные методы, математическая физика, теория R-функций и её приложения. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 7021436.

Сидоров Максим Викторович, канд. физ.-мат. наук, доц. каф. прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование, численные методы, математическая физика, теория R-функций и её приложения, стохастический анализ и его приложения. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 7021436.

УДК 517.9:532.5

Про один метод чисельного аналізу в'язких течій, ускладнених масообміном (задача обтікання) / С.В. Колосова, С.М. Ламтюгова, М.В. Сидоров // Радиоелектроніка та інформатика. 2014. № 00. С. 000 – 000.

Розглянуто стаціонарну задачу масообміну тіла обертання з потоком в'язкої нестисливої рідини. Запропоновано чисельний метод її розв'язання, оснований на сумісному застосуванні методів R-функцій, послідовних наближень та Гальоркіна. Побудовано структуру розв'язку, яка повністю задовольняє крайові умови задачі, в тому числі і умову на нескінченності. Наведені результати чисельного експерименту.

Бібліогр.: 15 назв.

UDC 517.9:532.5

On one method of numerical analysis of viscous flows, complicated with the mass transfer (flow problem) / S.V. Kolosova, S.N. Lamtyugova, M.V. Sidorov // Radioelektronika i informatika. 2014. № 00. P. 000–000.

The steady problem of mass transfer of the body of revolution with viscous incompressible fluid is considered. A numerical method for its solution, based on the joint use of the R-functions method, the successive approximations method and the Galerkin method, is proposed. The solution structure, that completely satisfies the boundary conditions of the problem, including the condition at infinity, is constructed. The results of numerical experiment are presented.

Ref.: 15 items.