

## МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

Для газотранспортных компаний Украины остается актуальной проблема доставки газа потребителю без потерь.

Решение этой проблемы скрыто в оперативном управлении транспортом газа, которое невозможно без полной автоматизации технологических процессов. А полная автоматизация невозможна без предварительного создания математических моделей и методов, которые учитывали бы все особенности режимов течения газа, а также позволяли вести расчет параметров газового потока с необходимой точностью и необходимым быстродействием.

Будем рассматривать аварийные или нештатные ситуации, связанные с отключением или подключением крупных потребителей, несанкционированным отбором или утечкой в конце участка трубопровода (УТ). В этом случае режимы течения газа являются нестационарными неизотермическими.

Целью работы: выбор математической модели нестационарных неизотермических режимов течения газа (ННРТГ) по УТ, применение метода конечных разностей с использованием неравномерной конечно-разностной сетки для решения уравнений математической модели, выбор метода и построение алгоритма решения разностной системы уравнений, анализ результатов численных экспериментов.

В качестве математической модели ННРТГ по УТ, предлагается квазилинейная система дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа, полученная из общих уравнений газовой динамики для одномерного случая [1]:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + B(x, t, \varphi) \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \Phi(x, t, \varphi), \quad (1)$$

где  $B, \Phi$  – матрицы, элементы которых заданные непрерывные и непрерывно дифференцируемые в некоторой области изменения своих аргументов функции переменных  $x, t, W, P, T$ ;

$\varphi = (W(x, t), P(x, t), T(x, t))$  – некоторое непрерывно дифференцируемое в области  $G = \{(x, t) : 0 \leq x \leq L, 0 \leq t \leq T_k\}$  решение уравнения (1). При этом математическая модель дополняется заданными начальным распределением параметров газового потока (удельным массовым расходом, давлением, температурой) и граничными условиями.

Применяя метод конечных разностей к системе (1), дополненной начальными и граничными условиями, найдем ее решение.

Для получения численного решения системы разделим отрезок  $[0, L]$  на  $n$  отрезков, длиной  $\Delta x$ , а затем первый и последний отрезки делим пополам. Получим  $n+2$  отрезка. Первый, второй, последний и предпоследний длиной  $\frac{\Delta x}{2}$ , остальные длиной  $\Delta x$ , а так же  $n+3$  точки разбиения  $x_i, i=\overline{0, n+2}$ . Таким образом, имеем неравномерную конечно-разностную координатную сетку. Получаем общую

формулу для нахождения производных  $\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_i^k, \left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right|_i^k$ .

С учётом этих формул получаем систему разностных уравнений. Решением полученной системы является вектор

$$\varphi^k = (\varphi_0^k, \varphi_1^k, \varphi_2^k, \dots, \varphi_i^k, \dots, \varphi_n^k, \varphi_{n+1}^k, \varphi_{n+2}^k) = \\ = (W_0^k, P_0^k, T_0^k, W_1^k, P_1^k, T_1^k, \dots, W_{n+2}^k, P_{n+2}^k, T_{n+2}^k).$$

Нелинейную систему будем решать методом Ньютона. Получаем линейную систему уравнений, которая в общем виде будет иметь вид:

$$\left[ \begin{array}{c} \frac{\partial \psi^k}{\partial \varphi^k} \end{array} \right]_{\varphi^{k,s-1}} \delta \varphi^{k,s} = \psi^{k,s-1}, \quad s = 0, 1, 2, \dots$$

Далее находятся компоненты вектора невязок и матрица Якоби.

Предлагается алгоритм, позволяющий найти значения параметров на  $k$ -ом временном слое, зная параметры с предыдущего временного слоя и граничные условия.

Для решения поставленной задачи расчета ННРТГ для УТ был создан программный продукт, написанный в математическом пакете Mathematica 8.0., позволяющий рассчитывать параметры газового потока по УТ на каждом временном слое и в каждой точке разбиения. Эти параметры газового потока зависят от начального распределения и граничных условий.

Результаты ряда проведенных численных экспериментов показывают хорошие показатели по точности найденных параметров газового потока и по времени расчета этих параметров.

### Список литературы

1. Каминская А.В., Гусарова И.Г. Численный анализ режимов работы газораспределительных сетей высокого давления // Радиоэлектроника и информатика. – 2011. – №3(54). – С.50–54.