

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАШУМЛЕННЫХ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫХ РЯДОВ

Иванисенко И.Н., Кириченко Л.О., Хабачёва А.Ю.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

В настоящее время стало общепризнанным, что многие временные ряды имеют долгосрочную зависимость и фрактальные свойства. Примером таких временных рядов являются медицинские и биологические сигналы, финансовые ряды, геофизические и геохимические сигналы, а также информационные трафики.

Процессы, обладающие фрактальными свойствами, можно разделить на две группы: самоподобные (монофрактальные) и мультифрактальные. Монофрактальные процессы являются однородными и обладают одним показателем скейлинга. Мультифрактальные процессы характеризуются спектром скейлинговых показателей.

Борьба с шумами и помехами является актуальной задачей во многих прикладных областях науки и техники. Целью представленной работы является исследование влияния шумов на временные ряды, обладающие мультифрактальными характеристиками.

Основной характеристикой самоподобия и степенью долгосрочной зависимости процесса является показатель Херста H . Для мультифрактальных процессов основной характеристикой является $h(q)$ – обобщенный показатель Херста, являющийся нелинейной функцией, для которой значение $h(q=2)$ совпадает со значением степени самоподобия H .

Поскольку обычно в полезном сигнале всегда присутствует некоторое количество шумов, важно знать, изменяются фрактальные характеристики суммарных сигналов. В работе рассматривались различные модельные сигналы – временные реализации, представленные суммой мультифрактального временного ряда и шумовыми составляющими с разными функциями распределения и различной автокорреляционной зависимостью.

Суммарный сигнал можно представить как

$$X(t) = Y(t) + z(t), \quad (1)$$

где $Y(t)$ – мультифрактальный временной ряд, $z(t)$ – аддитивный шум. В качестве величины, характеризующей соотношение мультифрактального сигнала и шума, использовался коэффициент

$$SNR = \frac{D(Y(t))}{D(z(t))} \quad (2)$$

В качестве модельного мультифрактального временного ряда были использованы реализации стохастического биномиального мультипликативного каскада. При построении стохастических каскадов весовыми коэффициентами являются независимые значения некоторой заданной случайной величины. В данной работе в качестве случайной величины была использована величина, имеющая бета-распределение. Это позволяет получать реализации с различной степенью неоднородности, т.е. с большим диапазоном мультифрактальных

свойств. На реализации мультифрактального каскада аддитивно накладывались такие виды шума: белый шум, равномерный некоррелированный шум, коррелированный шум (авторегрессия первого порядка), самоподобный шум (фрактальный гауссовский шум).

В работе было выявлено, что при небольшом соотношении сигнал/шум ($SNR \leq 0.1$), обобщенный показатель Херста зашумленного ряда и показатель ряда без шума практически совпадают при положительных значениях параметра q . Был численно исследован обобщенный показатель Херста $h(q)$ при разном отношении сигнал/шум, и показано, что при уменьшении значения SNR от 1 до 0.1 показатель $h(q)$ зашумленного ряда стремится к $h(q)$ исходного ряда. Показано, что данная зависимость имеет место для любых видов шумового сигнала. На рис.1 приведены функции $h(q)$ для исходного мультифрактального ряда и зашумленного ряда при разных значениях коэффициента SNR .

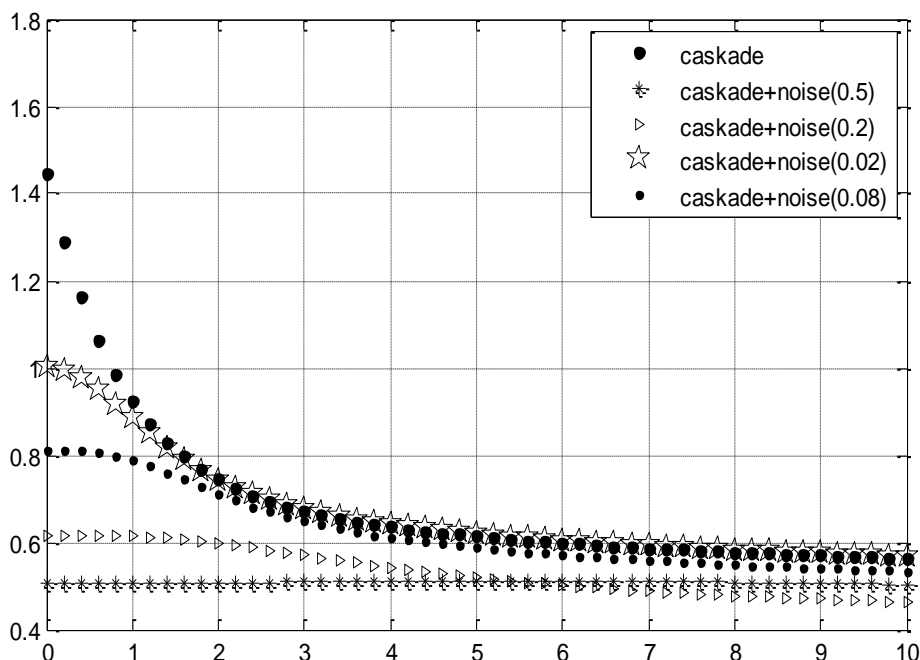


Рисунок 1. Обобщенный показатель Херста исходного (●) зашумленных рядов при разных SNR

Результаты исследования имеют прикладное значение в таких областях как радиотехника и цифровая сейсмология, где одной из основных проблем является выделение полезного сигнала в зашумленной среде.

1. Kirichenko L. Modeling telecommunications traffic using the stochastic multifractal cascade process / Kirichenko L., Radivilova T., Kayali E. // Problems of Computer Intellectualization – Kiev–Sofia: ITHEA. – 2012. – P. 55–63.