МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СРЕДСТВ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ, МОДЕЛИРУЕМЫХ ДИНАМИЧЕСКИМ ЗВЕНОМ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ТИПА

Б. Альравашдех, М.П. Сергиенко
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
61166, Харьков, пр. Ленина, 14,
тел. (057) 702-1331,
e-mail: mar.sergienko@gmail.com

The gain-frequency characteristics identification method for capacity gauge in microwave ban which could be modelled with an oscillating type dynamic link and which is consists of the double measuring of gain-frequency characteristicson different frequencies with a subsequent calculation time constant and attenuation factor is considered.The estimation of standard uncertainties of the sought after parameters is carried out.The means for this method optimization is proposed.

Введение

Повышение требований к точности и быстродействию средств измерительной техники (СИТ) приводит к необходимости измерений и идентификации их динамических характеристик (ДХ) с целью последующей коррекции получаемых с их помощью результатов измерений. ДХ, отражающие инерционные свойства СИТ, относятся к их нормируемым метрологическим характеристикам [1, 2]. Этап нормирования ДХ чрезвычайно важен при проектировании и эксплуатации СИТ в динамическом режиме, при этом одной из основных задач является обеспечение необходимой точности получаемых параметров.

Методы метрологической идентификации СИТ, моделируемых динамическим звеном апериодического типа, рассмотрены в [3]. Однако на практике часто используются СИТ, для которых такая модель не соответствует их действительным ДХ, в частности при наличии колебательного переходного процесса. Такая ситуация характерна для СИТ, используемых при сертификационных испытаниях автотранспортных средств, например, акселерометров. В таких случаях СИТ моделируют динамическим звеном колебательного типа. Далее предложен метод идентификации АЧХ таких СИТ.

Суть метода

АЧХ СИТ, моделируемого динамическим звеном колебательного типа, имеет вид

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1-\omega^2T^2)^2 + (2\omega\xi T)^2}}, \tag{1}$$

где ω – круговая частота;
k – статический коэффициент преобразования СИТ;
T – постоянная времени СИТ;
ξ – коэффициент затухания.

Это выражение можно преобразовать к виду

$$(1-\omega^2T^2)^2 + (2\omega\xi T)^2 = \frac{k^2}{A^2(\omega)}, \tag{2}$$

где ω и k известны, а значения $A(\omega)$ могут быть измеренными.

Неизвестные параметры могут быть выражены из (2) следующим образом[4]

$$T = \frac{1}{\omega}\sqrt{1 + 2\xi^2 \pm \sqrt{4\xi^2(\xi^2-1) + \frac{k^2}{A^2(\omega)}}}\,; \tag{3}$$

$$\xi = \frac{1}{2\omega T}\sqrt{\frac{k^2}{A^2(\omega)} - (1-\omega^2 T^2)^2}\,. \tag{4}$$

Если экспериментально получить два наблюдения АЧХ $A(\omega_1)$ и $A(\omega_2)$ на разных частотах, можно получить системы уравнений

$$\begin{cases} T = \dfrac{1}{\omega_1}\sqrt{1+2\xi^2 \pm \sqrt{4\xi^2(\xi^2-1)+A_1^2}}\,; \\ \xi = \dfrac{1}{2\omega_2 T}\sqrt{A_2^2-(1-\omega_2^2 T^2)^2}\,, \end{cases} \tag{5}$$

где $A_1 = \dfrac{k^2}{A^2(\omega_1)}$, $A_2 = \dfrac{k^2}{A^2(\omega_2)}$.

Решая систему (5) подстановкой одного уравнения в другое, находим постоянную времени

$$T = \sqrt[4]{\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2 + A_2^2\omega_1^2 - A_1^2\omega_2^2}{\omega_1^2\omega_2^2(\omega_2^2-\omega_1^2)}}\,. \tag{6}$$

Коэффициент затухания можно получить, подставив T во второе уравнение системы (5).

Если измерения проводить на частотах ω_1 и $\omega_2 = n\omega_1$, формулы для вычисления постоянной времени и коэффициента затухания будут иметь вид

$$T = \frac{1}{\omega_1}\sqrt[4]{\frac{(A_2^2-1)-n^2(A_1^2-1)}{n^2(n^2-1)}}\,; \tag{7}$$

$$\xi = \frac{1}{2n\omega_1 T}\sqrt{A_2^2-(1-n^2\omega_1^2T^2)^2}\,. \tag{8}$$

При подстановке выражения (7) в выражение (8), коэффициент затухания можно получить в виде

$$\xi = \sqrt{\frac{n^4(A_1^2-1)-(A_2^2-1)}{4n\sqrt{(n^2-1)[(A_2^2-1)-n^2(A_1^2-1)]}}+\frac{1}{2}}\,. \tag{9}$$

Оценивание стандартных неопределенностей

Случай 1: частоты ω_1 и ω_2 произвольные. Для постоянной времени, определяемой по формуле (6), стандартную неопределенность с учетом некоррелированности рассматриваемых параметров можно оценить в соответствии с выражением

$$u(T) = \left[\left(\frac{\partial T}{\partial\omega_1}\right)^2 u^2(\omega_1) + \left(\frac{\partial T}{\partial\omega_2}\right)^2 u^2(\omega_2) + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{\partial T}{\partial A(\omega_1)}\right)^2 u^2[A(\omega_1)] + \left(\frac{\partial T}{\partial A(\omega_2)}\right)^2 u^2[A(\omega_2)]\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{10}$$

где $u(\omega_1)$, $u(\omega_2)$ – стандартные неопределенности установки частот ω_1 и ω_2;
$u[A(\omega_1)]$, $u[A(\omega_2)]$ – неопределенности измерения выходного сигнала СИТ.

Коэффициенты чувствительности, входящие в выражение (10), определяются по формулам:

$$\frac{\partial T}{\partial \omega_1}=\frac{1}{2T^3\omega_1^3\omega_2^2(\omega_1^2-\omega_2^2)^2}\left[\frac{k^2}{A^2(\omega_2)}\omega_1^4+\right.$$
$$\left.+\frac{k^2}{A^2(\omega_1)}\omega_2^2(\omega_2^2-2\omega_1^2)-(\omega_1^2-\omega_2^2)^2\right]; \tag{11}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \omega_2}=\frac{1}{2T^3\omega_1^2\omega_2^3(\omega_1^2-\omega_2^2)^2}\left[\frac{k^2}{A^2(\omega_1)}\omega_2^4+\right.$$
$$\left.+\frac{k^2}{A^2(\omega_2)}\omega_1^2(\omega_1^2-2\omega_2^2)-(\omega_1^2-\omega_2^2)^2\right]; \tag{12}$$

$$\frac{\partial T}{\partial A(\omega_1)}=\frac{1}{2T^3A^3(\omega_1)\omega_1^2(\omega_2^2-\omega_1^2)}; \tag{13}$$

$$\frac{\partial T}{\partial A(\omega_2)}=\frac{1}{2T^3A^3(\omega_2)\omega_2^2(\omega_1^2-\omega_2^2)}. \tag{14}$$

Для коэффициента затухания, определяемого из системы (5), $u(\xi)$ можно оценить по формуле

$$u(\xi)=\left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial \omega_2}\right)^2u^2(\omega_2)+\left(\frac{\partial \xi}{\partial T}\right)^2u^2(T)+\left(\frac{\partial T}{\partial A(\omega_2)}\right)^2u^2[A(\omega_2)]\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{15}$$

в которой коэффициенты чувствительности определяются по формулам

$$\frac{\partial \xi}{\partial \omega_2}=\frac{1-\omega_2^4T^4-\dfrac{k^2}{A^2(\omega_2)}}{4\omega_2^3T^2\xi}; \tag{16}$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial T}=\frac{1-\omega_2^4T^4-\dfrac{k^2}{A^2(\omega_2)}}{4\omega_2^2T^3\xi}; \tag{17}$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial A(\omega_2)}=-\frac{k^2}{4\omega_2^2T^2\xi A^3(\omega_2)}. \tag{18}$$

Случай 2: частота ω_2 кратна частоте ω_1 (то есть $\omega_2=n\omega_1$). В этом случае постоянная времени и коэффициент затухания могут быть определены по формулам (7) и (8) соответственно.

Стандартная неопределенность $u(T)$ будет выражаться формулой

$$u(T)=\left[\left(\frac{\partial T}{\partial \omega_1}\right)^2u^2(\omega_1)+\left(\frac{\partial T}{\partial A(\omega_1)}\right)^2u^2[A(\omega_1)]+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{\partial T}{\partial A(\omega_2)}\right)^2u^2[A(\omega_2)]+\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)^2u^2(n)\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{19}$$

где $u(n)=n\dfrac{u(\omega_1)}{\omega_1}\sqrt{2}$ – неопределенность коэффициента $n=\omega_2/\omega_1$, а коэффициенты чувствительности определяются в соответствии с выражениями

$$\frac{\partial T}{\partial \omega_1} = -\frac{T}{\omega_1}; \tag{20}$$

$$\frac{\partial T}{\partial [A(\omega_1)]} = \frac{k^2}{2\omega_1^4 T^3 (n^2 - 1) A^3(\omega_1)}; \tag{21}$$

$$\frac{\partial T}{\partial [A(\omega_2)]} = -\frac{k^2}{2n^2 \omega_1^4 T^3 (n^2 - 1) A^3(\omega_2)}; \tag{22}$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = -\frac{1}{2n\omega_1} \sqrt[4]{\frac{1 - A_2^2}{n^2}}. \tag{23}$$

Последнее выражение накладывает ограничения на диапазон частоты ω_2, при которой возможно оценивание неопределенности $u(T)$ вследствие того, что должно выполняться неравенство $1 - A_2^2 \le 0$. Подставив $A_2^2 = (1 - \omega_2^2 T_2^2)^2 + (2\omega_2 \xi T)^2$ и произведя вычисления, можно получить значения ω_2, при которых возможно оценить неопределенность $u(T)$

$$\omega_2 \le \frac{1}{T} \sqrt{2(1 - 2\xi^2)}. \tag{24}$$

Для коэффициента затухания $u(\xi)$ будет определяться в соответствии с выражениями (16 – 19) с подстановкой $\omega_2 = n\omega_1$.

Выводы

В работе предложен новый метод идентификации АЧХ СИТ, моделируемых динамическим звеном колебательного типа. Оценены стандартные неопределенности постоянной времени и коэффициента затухания, исследован характер изменения и предложены способы их уменьшения путем регулирования соотношения n между частотами входного сигнала. На примере измерения акселерометром ускорения при испытаниях АТС показано, что стандартная неопределенность постоянной времени может быть уменьшена путем увеличения n, стандартная неопределенность коэффициента затухания может быть уменьшена путем предварительного анализа условий измерительного эксперимента и выбора оптимального соотношения n.

Развитием метода может стать применение регрессионного анализа и метода наименьших квадратов для уменьшения неопределенности результатов измерений за счет большего числа наблюдений и повышения их достоверности.

Список литературы

1. ГОСТ 8.009-84. Нормирование и использование метрологических характеристик средств измерений :введ. 01.01.86.

2. ГОСТ 8.256-77. Государственная система обеспечения единства измерений. Нормирование и определение динамических характеристик аналоговых средств измерений. Основныеположения :введ. 01.12.77.

3. Захаров И.П., Сергиенко М.П. Метрологическая идентификация динамических характеристик средств измерительной техники: Учеб. пособие. – Харьков: ХНУРЭ, 2012. – 231 с.

4. Бакер Аль-Равашдех, Лейт Ахмед Мустафа Аль Равашдех, Сергиенко М.П. Оценивание неопределенности идентификации амплитудно-частотных характеристик средств измерительной техники колебательного типа // Системи обробки інформації, 2014. – С. 14 – 17.