СТРУКТУРНЫЕ ФУНКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РЕЗОНАНСНЫХ КРИСТАЛЛОВ ИЗ МАГНИТОДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СФЕР

Козарь А. И.
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
пр. Ленина, 14, г. Харьков, 61166, Украина
тел.: 8057-7021345, e-mail: fizika @ kture. kharkov.ua

Аннотация — Рассматривается построение структурных функций электромагнитного взаимодействия электрического и магнитного типов для ограниченных трехмерных ортогональных резонансных решеток из малых магнитодиэлектрических сфер, находящихся во внешней однородной магнитодиэлектрической среде.

I. Введение

В связи с развитием рентгеновской радиотехники, рентгеновской оптики кристаллов и нанотехнологий значительный интерес вызывают материалы, у которых на первый план выступает дискретность их структуры и связанные с ней резонансные явления, которые в ограниченных кристаллах имеют сложный характер и недостаточно изучены. Исследовать и анализировать резонансные явления в ограниченных пространственных резонансных решетках можно, используя структурные функции электромагнитного взаимодействия рассеивателей, из которых состоит решетка [1]. В данной работе рассматривается построение и исследование структурных функций электромагнитного взаимодействия электрического $\hat{\Phi}^{э}$ и магнитного $\hat{\Phi}^{м}$ типов для резонансных ограниченных решеток магнитодиэлектрических сфер, когда $a/\lambda' \ll 1$; $d,h,l/\lambda' \sim 1$; $a/\lambda_g \sim 1$, где a — радиус сфер; d,h,l — постоянные решетки; λ',λ_g — длины рассеиваемой волны вне и внутри сфер [2].

II. Основная часть

Используя основную матрицу $\left\|\alpha_{ij}\right\|$ алгебраической системы неоднородных уравнений квазистационарного приближения для определения внутренних полей сфер пространственной решетки, построенных на основе интегральных уравнений Фредгольма II-рода [3], можно найти в явном виде структурные функции взаимодействия. Уравнение для внутреннего электрического поля $\vec{E}^{0}_{o'c}(\vec{r}\,')$ c' сферы решетки, входящего в систему уравнений, имеет вид [2]

$$\vec{E}_{oc'}(\vec{r}\,') = A^{0}_{\varepsilon}\vec{E}^{0}_{c'}(\vec{r}\,') - \sum_{\substack{c=1\\(c\neq c')}}^{N}\left\{\left(\nabla\nabla + k_1^2\right)\frac{1}{4\pi}A_{\varepsilon}W^{э}\vec{E}^{0}_{c}(\vec{r}\,') - -ik\mu_0\left[\nabla, \frac{1}{4\pi}A_{\mu}W^{м}\vec{H}^{0}_{c}(\vec{r}\,')\right]\right\}, \quad (1)$$

где $c' = (p',s',t')$ — выделенная сфера, $\vec{E}_{oc'}(\vec{r}\,')$ и $\vec{E}^{0}_{c}(\vec{r}_c)$, $\vec{H}^{0}_{c}(\vec{r}\,')$ — поля падающей волны и индуцированные внутренние поля сфер. Величины $W^{э}$, $W^{м}$, $\varepsilon_{эф}$, $\mu_{эф}$, $A^{0}_{\varepsilon}, A_{\varepsilon}$ представим

$$W^{э} = \frac{4\pi}{k_1^3}(\sin k_1 a - k_1 a\cos k_1 a)\frac{e^{-ik_1 r_{cc'}}}{r_{cc'}}; W^{м} = W^{э};$$

$$A^{0}_{\varepsilon} = \frac{\left(\varepsilon_{эф} + 2\varepsilon_0\right) + \theta_1^2\varepsilon_{эф} + i\theta_1\left(\varepsilon_{эф} + 2\varepsilon_0\right)}{3\varepsilon_0 e^{i\theta_1}}; A_{\varepsilon} = \left(\frac{\varepsilon_{эф}}{\varepsilon_0} - 1\right);$$

$$A_{\mu} = \left(\frac{\mu_{эф}}{\mu_0} - 1\right); \varepsilon_{эф} = \varepsilon F(\theta); \mu_{эф} = \mu F(\theta); k_1 = k^2\varepsilon_0\mu_0;$$

$k = 2\pi/\lambda$; $\theta_1^2 = k^2a^2\varepsilon_0\mu_0; \theta = ka\sqrt{\varepsilon\mu}$, $r_{cc'}$ — расстояние между сферами, ε,μ и ε_0,μ_0 — проницаемости сфер и внешней среды,

$$F(\theta) = 2(\sin\theta - \theta\cos\theta)\big/\left(\theta^2 - 1\right)\sin\theta + \theta\cos\theta. \quad (2)$$

Разрешая уравнение

$$\det\mathrm{Re}\left\|\alpha^{э}_{ij}\right\| = \det\begin{bmatrix}\psi^{э0'}_{xx} + \psi^{э'}_{xx} & \psi^{э'}_{xy} & \psi^{э'}_{xz}\\ \psi^{э'}_{yx} & \psi^{э0'}_{yy} + \psi^{э'}_{yy} & \psi^{э'}_{yz}\\ \psi^{э'}_{zx} & \psi^{э'}_{zy} & \psi^{э0'}_{zz} + \psi^{э'}_{zz}\end{bmatrix} = 0, \quad (3)$$

относительно функции $F(\theta)$ (2), находят для внутренних полей сфер резонансные условия, которые совместно с резонансными условиями для свободной сферы используют для построения тензорных функций электромагнитного взаимодействия. Элемент, входящий в первую строку матрицы $\mathrm{Re}\left\|\alpha^{э}_{ij}\right\|$ представим, как $\left(\psi^{э0'}_{xx} + \psi^{э'}_{xx}\right) = A^{0'}_{\varepsilon} - A_{\varepsilon}\tau^{э'}_{xx}$, где

$$A^{0'}_{c\varepsilon} = \frac{(\varepsilon_{эф} + 2\varepsilon_0) + \theta_1^2\varepsilon_{эф} + \theta_1^2(\varepsilon_{эф} + 2\varepsilon_0)}{3\varepsilon_0}, \; A_{\varepsilon} = \left(\frac{\varepsilon_{эф}}{\varepsilon_0} - 1\right),$$

$$\tau^{э'}_{xx} = B_c\sum_{p}\sum_{s}\sum_{t}(c_{xx}\cos k_1 r_{cc'} + a_{xx}\sin k_1 r_{cc'}),$$
$$(p,s,t) \neq (p' = 0, s' = 0, t' = 0)$$

$$B = \frac{1}{k_1^3}(\sin k_1 a - k_1 a\cos k_1 a),$$

$$c_{xx} = \frac{1}{r_{cc'}}k_1^2 + \frac{3\left(x_{s'=0} - x_s\right)^2 - r^2_{cc'}}{r^5_{cc'}} - k_1^2\frac{\left(x_{s'=0} - x_s\right)^2}{r^3_{cc'}},$$

$$a_{xx} = k_1\frac{3\left(x_{s'=0} - x_s\right) - r^2_{cc'}}{r^4_{cc'}},$$

$$r^2_{cc'} = \left(x_{s'=0} - x_s\right)^2 + \left(y_{t'=0} - y_t\right)^2 + \left(z_{p'=0} - z_p\right)^2.$$

Тензорная функция взаимодействия электрического типа имеет вид [2]:

$$\hat{\Phi}^{э} = \frac{3 + 4\theta_1^2}{1 + 2\theta_1^2}\hat{I} + \hat{f}^{э}(\vec{r}_{cc'}) = \begin{pmatrix}\Phi^{э}_{xx} & 0 & 0\\ 0 & \Phi^{э}_{yy} & 0\\ 0 & 0 & \Phi^{э}_{zz}\end{pmatrix}. \quad (4)$$

В результате решения кубического уравнения (3) компоненты тензорной функции $\hat{\Phi}^{э}(\vec{r}_{cc'})$ (4) представим

2012 22nd Int. Crimean Conference "Microwave & Telecommunication Technology" (CriMiCo'2012). 10—14 September, Sevastopol, Crimea, Ukraine
 ISBN: 978-966-335-370-8. IEEE Catalog Number: CFP12788

$$\Phi^{э}_{xx}\left(\vec{r}_{cc'}\right)=\frac{3+4\theta_1^2}{1+2\theta_1^2}+f^{э}_{xx}\left(\vec{r}_{cc'}\right),$$

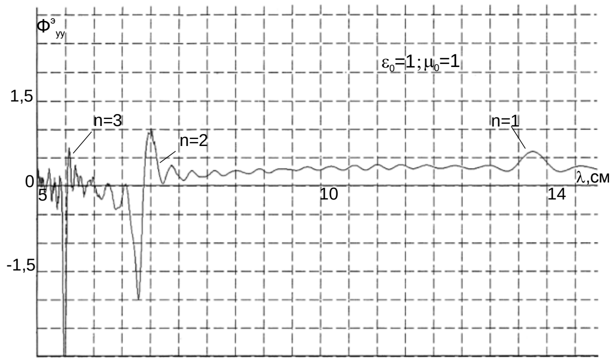
$$\Phi^{э}_{yy}\left(\vec{r}_{cc'}\right)=\frac{3+4\theta_1^2}{1+2\theta_1^2}+f^{э}_{yy}\left(\vec{r}_{cc'}\right), \qquad (5)$$

$$\Phi^{э}_{zz}\left(\vec{r}_{cc'}\right)=\frac{3+4\theta_1^2}{1+2\theta_1^2}+f^{э}_{zz}\left(\vec{r}_{cc'}\right),$$

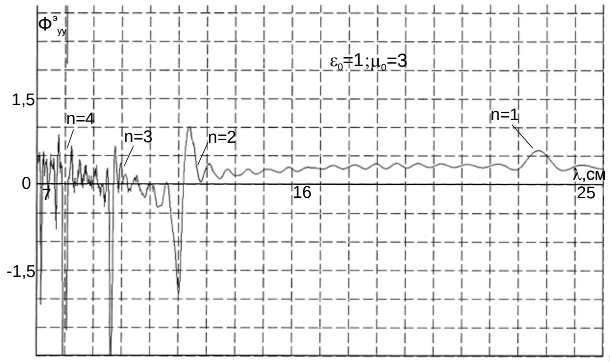
где $f^{э}_{xx}\left(\vec{r}_{cc'}\right), f^{э}_{yy}\left(\vec{r}_{cc'}\right), f^{э}_{zz}\left(\vec{r}_{cc'}\right)$ — корни кубического уравнения (3).

Компоненты тензорной функции $\hat{\Phi}^{м}_{c}\left(\vec{r}_{cc'}\right)$ можно найти аналогичным способом.

Из анализа выражений (5) вытекает, что когда длина волны в пространственной решетке соизмерима с постоянными этой решетки, то в кристалле с резонансными магнитодиэлектрическими сферами возникают структурные резонансы электромагнитного взаимодействия магнитного и электрического типов, которые также зависят и от проницаемостей ε_0 и μ_0 внешней однородной магнитодиэлектрической среды (рис. 1).



a)



b)

Рис. 1. Компоненты функций $\hat{\Phi}^{э}$ (a) и (b).

Fig. 1. Components of functions $\hat{\Phi}^{э}$ (a), (b)

На рис. 1 изображены зависимости компоненты $\Phi^{э}_{yy}$ от длины рассеиваемой волны λ ограниченного кубического кристалла при различных значениях проницаемостей ε_0 и μ_0 внешней среды. Здесь постоянные кубической решетки — $d=h=l=6{,}875$ см; радиус сфер — $a=0{,}5$ см; проницаемости материала сфер — $\varepsilon=95$, $\mu=1$; число сфер в кристалле — $N=64000$; индекс $n=1,2,3...$ — номер структурного резонанса ограниченной кубической решетки.

III. Заключение

С помощью структурных функций электромагнитного взаимодействия электрического $\hat{\Phi}^{э}$ и магнитного $\hat{\Phi}^{м}$ типов ограниченной трехмерной решетки можно исследовать свойства структурных резонансов электрического и магнитного типов ограниченного трехмерного резонансного кристалла.

Из численного анализа следует, что структурные резонансы $\hat{\Phi}^{э}$ и $\hat{\Phi}^{м}$ одновременно сосуществуют в ограниченной кубической решетке и зависят от геометрии кристалла и параметров внешней среды. При совмещении структурных резонансов кристалла с внутренними резонансами сфер кристалла возникает эффект резонансного взаимодействия между ними, который может иметь практические приложения.

Работа выполнена на кафедре физики ХНУРЭ.

IV. Список литературы

[1] *Kozar A. I.* Electromagnetic Wave Scattering with Special Spatial Lattices of Magnetodielectric Spheres // Telecommunication and Radio Engineering. 2004. Vol. 61. No. 9. P. 734—749.

[2] *Kozar A. I.* Structural Function Development for Electromagnetic Interactions in the System of Multiple Resonant Magnetodielectric Spheres // Telecommunication and Radio Engineering. 2005. Vol. 63. No. 7. P. 589—605.

[3] *Хижняк Н. А.* Функция Грина уравнений Максвелла для неоднородных сред // Журн. техн. физики. 1958. Т. 28. № 7. С. 1592—1609.

STRUCTURAL FUNCTIONS OF ELECTROMAGNETIC COUPLING OF THE MAGNETODIELECTRIC SPHERE RESONANCE CRYSTAL

Kozar A. I.

Kharkiv National University of Radio Electronics

Kharkov, Ukraine

Ph.: 8057-7021345, e-mail: fizika @ kture. kharkov. ua

Abstract — Plotting of structure functions of electromagnetic interaction of electric and magnetic types for limited 3D orthogonal resonant gratings from small magnetodielectric spheres in the external homogeneous magnetodielectric environment is considered.

I. Introduction

Crystals with unusual electromagnetic characteristics on the basis of magnetodielectric sphere gratings are considered. In such spatial constructions, the electromagnetic coupling between spheres, and the spheres themselves [1, 3] can have resonance properties. In the given work, there are considered both construction and research of structure functions of magnetodielectric sphere electromagnetic coupling of electric $\hat{\Phi}^{э}$ and magnetic $\hat{\Phi}^{м}$ resonance gratings, when $a/\lambda' \ll 1$; $d,h,l/\lambda' \sim 1$; $a/\lambda_g \sim 1$, where a — is the sphere radius; d,h,l — are the grating constants, λ',λ_g — are the lengths of the wave scattered outside and inside spheres [2].