

ВОЗБУЖДЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ НЕМОНОХРОМАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В НАПРАВЛЯЮЩИХ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ.

Часть II. НЕПРЕРЫВНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

А.В. ГРИЦУНОВ

Рассмотрены методы расчета нестационарных немонохроматических полей в направляющих электродинамических системах (ЭС), предназначенные для спектральных моделей СВЧ-приборов первого уровня (основанных на методе мгновенных значений) и второго уровня (основанных на методе комплексных амплитуд). Непрерывное приближение ЭС базируется на разложении поля в регулярные собственные моды.

The paper deals with methods of calculating non-stationary nonmonochromatic fields in directing electrodynamic systems (ES) designed for the first (the instantaneous value method-based) and the second level (the complex amplitude method-based) spectral models of microwave devices. The ES continuous approximation is based on the expansion of a field in regular eigenmodes.

ВВЕДЕНИЕ

В первой части данной работы [1] показана актуальность теоретического исследования спектров высокочастотных сигналов в СВЧ-приборах. Помимо отмеченных проблем электромагнитной совместимости радиоэлектронных устройств, разработки цифровых телекоммуникационных систем и т. д., следует дополнительно упомянуть вопросы генерации и усиления широкополосных и сверхширокополосных электромагнитных импульсов, приобретающих в последнее время все большее значение в радиолокации и пикосекундной оптике [2].

Предложенные в [3] принципы так называемого спектрального подхода к моделированию СВЧ-приборов позволяют осуществлять численный анализ возбуждения и усиления немонохроматических электромагнитных полей в электродинамических системах (ЭС) этих приборов. При этом не накладывается каких-либо принципиальных ограничений на форму и ширину спектра высокочастотного сигнала. Для того чтобы перекрыть весь возможный диапазон приложений спектральной методики, выделены четыре уровня спектральных моделей, отличающиеся методами решения уравнений Максвелла.

Описанное в [1] дискретное приближение ЭС, основанное на разложении электромагнитного поля в нормальные или парциальные собственные виды колебаний (далее – моды), обладает рядом достоинств, среди которых основным, с точки зрения спектрального моделирования, является широкополосность. Важнейшим преимуществом парциальных мод перед нормальными является непрерывность спектра синтезируемых ими полей в области постоянных распространения для неограниченной в продольном направлении или согласованной на концах ЭС, при условии сохранения дискретности самих мод. Это позволяет

рассматривать дискретное приближение как базовое для спектральных моделей первого уровня (основанных на методе мгновенных значений).

Несмотря на преимущества дискретного подхода, при малом числе парциальных мод N точность интерполяции ими электромагнитного поля может быть недостаточной, а увеличение N сопряжено с дополнительными затратами вычислительных ресурсов. Поэтому для регулярных (продольно-однородных или периодических) ЭС часто более эффективным оказывается разложение обобщенного потенциала $\mathcal{A}(t, x, y, z)$ в моды, являющиеся непрерывными функциями как пространственных координат, так и постоянной распространения β .

Цель данной статьи – разработка методики моделирования возбуждения в ЭС электронными потоками нестационарных негармонических электромагнитных полей, предназначенной для применения в спектральных моделях первого и второго (основанных на методе комплексных амплитуд) уровней. Во второй части работы рассматривается непрерывное приближение ЭС. Далее везде, где это особо не оговорено, используются соглашения, приближения и обозначения, описанные в [1].

1. РЕГУЛЯРНЫЕ МОДЫ ЭС

Непрерывное приближение ЭС основано на декомпозиции обобщенного потенциала в так называемые регулярные моды $\mathcal{A}_{sq}(x, y, z, \beta)$. Они определяются как комплексные огибающие нормальных мод в продольном направлении:

$$\mathcal{A}_{rpm}(x, y, z) = \mathcal{A}_{sq}(x, y, z, \beta_m) \exp(-i \beta_m z), \quad (1)$$

следовательно,

$$\mathcal{A}_{sq}(x, y, z, \beta_m) = \mathcal{A}_{rpm}(x, y, z) \exp(i \beta_m z). \quad (2)$$

Здесь $\beta_m = 2\pi m / ND$ – постоянная распространения m -й нормальной моды ($m = -N/2+1 \dots N/2$). Для периодической ЭС D – ее период; для продольно-однородной системы это некий интервал, ограничивающий сверху диапазон учитываемых постоянных распространения. В первом случае регулярные моды являются периодическими функциями продольной координаты с периодом D , во втором случае эти моды однородны в продольном направлении (т. е. не зависят от z). Значение N теперь определяет лишь точность интерполяции зависимости регулярных мод от β .

Благодаря своей непрерывности, регулярные моды аппроксимируют поле ЭС в ограниченной полосе частот с большей точностью, чем парциальные. Однако, вследствие зависимости функций \mathcal{A}_{sq} от постоянной распространения, обобщенный потенциал может быть найден только путем разложения регулярных мод в ряд Тейлора по β :

$$\mathcal{A}(t, x, y, z) = \sum_q \left(\mathcal{A}_{sq0} u_{sq} + i \frac{\partial \mathcal{A}_{sq0}}{\partial \beta} \frac{\partial u_{sq}}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathcal{A}_{sq0}}{\partial \beta^2} \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial^2 u_{sq}}{\partial z^2} - \frac{i}{6} \frac{\partial^3 \mathcal{A}_{sq0}}{\partial \beta^3} \frac{\partial^3 u_{sq}}{\partial z^3} + \frac{1}{24} \frac{\partial^4 \mathcal{A}_{sq0}}{\partial \beta^4} \frac{\partial^4 u_{sq}}{\partial z^4} + \dots \right), \quad (3)$$

где $u_{sq}(t, z)$ – временная и продольная зависимость мгновенного значения регулярной моды для q -го типа волны. Индекс 0 означает, что соответствующая величина вычисляется при $\beta = 0$.

Непрерывное уравнение возбуждения для функции u_{sq} может быть получено из уравнения (14) работы [1] путем разложения мгновенных значений парциальных мод и обобщенной плотности тока в ряды Тейлора по продольной координате. Оно имеет вид:

$$\frac{\partial^2 u_{sq}}{\partial t^2} + 2\delta_{rq0} \frac{\partial u_{sq}}{\partial t} - \frac{d^2 \delta_{rq0}}{d\beta^2} \frac{\partial^3 u_{sq}}{\partial t \partial z^2} + \frac{1}{12} \frac{d^4 \delta_{rq0}}{d\beta^4} \frac{\partial^5 u_{sq}}{\partial t \partial z^4} - \dots + \\ + (\omega_{rq}^2)_0 u_{sq} - \frac{1}{2} \frac{d^2 (\omega_{rq}^2)_0}{d\beta^2} \frac{\partial^2 u_{sq}}{\partial z^2} + \frac{1}{24} \frac{d^4 (\omega_{rq}^2)_0}{d\beta^4} \frac{\partial^4 u_{sq}}{\partial z^4} - \dots = \\ = \frac{1}{2D} \int_{z-D/2}^{z+D/2} d\zeta \int_{S_1} dx dy \left[\frac{\mathcal{A}_{sq0}^*(x, y, \zeta)}{\tilde{W}_{sq0}} j(t, x, y, \zeta) - \right. \quad (4) \\ \left. - i \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{\mathcal{A}_{sq}^*}{\tilde{W}_{sq}} \right)_0 \frac{\partial j}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \left(\frac{\mathcal{A}_{sq}^*}{\tilde{W}_{sq}} \right)_0 \frac{\partial^2 j}{\partial z^2} + \right. \\ \left. + \frac{i}{6} \frac{\partial^3}{\partial \beta^3} \left(\frac{\mathcal{A}_{sq}^*}{\tilde{W}_{sq}} \right)_0 \frac{\partial^3 j}{\partial z^3} + \frac{1}{24} \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} \left(\frac{\mathcal{A}_{sq}^*}{\tilde{W}_{sq}} \right)_0 \frac{\partial^4 j}{\partial z^4} - \dots \right],$$

где $\omega_{rq}(\beta)$ и $\delta_{rq}(\beta)$ – собственная частота и коэффициент затухания нормальной моды для q -го типа волны; $\tilde{W}_{sq}(\beta)$ – погонная псевдоэнергия (норма) соответствующей регулярной моды с размерностью Дж · с²/м, определяемая как

$$\tilde{W}_{sq} = \frac{\epsilon_0}{2D} \int_D dz \int_{S_1} dx dy \mathcal{A}_{sq} \mathcal{A}_{sq}^*. \quad (5)$$

Правая часть уравнения (4) может быть упрощена, если использовать энергетическую нормировку мод, при которой $\tilde{W}_{sq}(\beta) \equiv 1$ Дж · с²/м.

Выражение (4) является обобщенным волновым уравнением для регулярной ЭС с произвольной геометрией и дисперсионной характеристикой. Классическое волновое уравнение, уравнение Клейна-Гордона и телеграфное уравнение являются его подмножествами. Несмотря на внешнее сходство с одномерным волновым уравнением, это полностью трехмерное выражение. Например, оно учитывает конечность времени формирования поперечной структуры поля ЭС при переходных процессах. Помимо спектрального моделирования, уравнение (4) может быть полезно, например, для анализа распространения видеоимпульсов в дисперсных электродинамических линиях передачи и т. п.

Поскольку ряды Тейлора в (3) и (4) медленно сходятся при больших β , непрерывное приближение ЭС является менее широкополосным, чем дискретное. Поэтому обычно имеет смысл использовать его совместно с методом комплексных амплитуд в спектральных моделях второго уровня. Функция u_{sq} при этом записывается, например, как

$$u_{sq}(t, z) = \text{Re} \{ U_{sq}(t, z) \exp i(\omega_{rqb} t - \beta_{qtb} z) \}, \quad (6)$$

а обобщенная плотность тока – как

$$j(t, x, y, z) = \text{Re} \{ \mathcal{J}_q(t, x, y, z) \exp i(\omega_{rqb} t - \beta_{qtb} z) \}, \quad (7)$$

где β_{qtb} – базовая постоянная распространения для q -го типа волны; ω_{rqb} – базовая частота (собственная частота нормальной моды, соответствующая β_{qtb}); U_{sq} – комплексная огибающая временной и продольной зависимости регулярной моды на постоянной распространения β_{qtb} и частоте ω_{rqb} ; \mathcal{J}_q – комплексная огибающая обобщенной плотности тока на той же постоянной распространения и частоте.

Подставляя (6) и (7) в (3) и (4) и ограничивая количество учитываемых членов рядов Тейлора, получаем выражение для обобщенного потенциала:

$$\mathcal{A}(t, x, y, z) = \text{Re} \left\{ \sum_q \left(\mathcal{A}_{sqb} U_{sq} + i \frac{\partial \mathcal{A}_{sqb}}{\partial \beta} \frac{\partial U_{sq}}{\partial z} \right) \times \right. \\ \left. \times \exp i(\omega_{rqb} t - \beta_{qtb} z) \right\} \quad (8)$$

и уравнение возбуждения для функции U_{sq} :

$$\frac{\partial^2 U_{sq}}{\partial t^2} - \left[\left(\frac{d\omega_{rqb}}{d\beta} \right)^2 + \omega_{rqb} \frac{d^2 \omega_{rqb}}{d\beta^2} \right] \frac{\partial^2 U_{sq}}{\partial z^2} + 2(i\omega_{rqb} + \delta_{rqb}) \times \\ \times \frac{\partial U_{sq}}{\partial t} + 2\omega_{rqb} \left(i \frac{d\omega_{rqb}}{d\beta} - \frac{d\delta_{rqb}}{d\beta} \right) \frac{\partial U_{sq}}{\partial z} + 2i\omega_{rqb} \delta_{rqb} U_{sq} = \\ = \frac{1}{2D\tilde{W}_{sqb}} \left[\int_{z-D/2}^{z+D/2} d\zeta \int_{S_1} dx dy \mathcal{A}_{sqb}^*(x, y, \zeta) \mathcal{J}_q(t, x, y, \zeta) - \right. \quad (9) \\ \left. - \frac{i}{\tilde{W}_{sqb}} \frac{d\tilde{W}_{sqb}}{d\beta} \frac{\partial}{\partial z} \int_{z-D/2}^{z+D/2} d\zeta \int_{S_1} dx dy \mathcal{A}_{sqb}^* \mathcal{J}_q + \right. \\ \left. + i \frac{\partial}{\partial z} \int_{z-D/2}^{z+D/2} d\zeta \int_{S_1} dx dy \frac{\partial \mathcal{A}_{sqb}^*}{\partial \beta} \mathcal{J}_q \right],$$

где индекс b означает, что соответствующая величина вычисляется при β_{qb} . Оставшиеся в выражениях (8) и (9) члены позволяют учесть квадратичную нелинейность дисперсионной характеристики $\omega_{rq}(\beta)$, а также линейные зависимости $\delta_{rq}(\beta)$, $\tilde{W}_{gq}(\beta)$ и $\mathcal{A}_{gq}(\beta)$ вблизи β_{qb} . Это достаточно для многих применений спектральных моделей второго уровня. Если используется энергетическая нормировка, средний интеграл в правой части уравнения (9) опускается.

Для узкополосной в частотной области функции u_{gq} (когда $|\Omega_{max}| \ll \omega_{rqb}$, где Ω_{max} – максимальная частота во временном спектре функции U_{gq}) уравнение (9) можно приближенно переписать в упрощенном виде:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U_{gq}}{\partial t} + \delta_{rqb} U_{gq} + i \frac{d\delta_{rqb}}{d\beta} \frac{\partial U_{gq}}{\partial z} + \frac{d\omega_{rqb}}{d\beta} \frac{\partial U_{gq}}{\partial z} + \\ & + \frac{i}{2} \frac{d^2 \omega_{rqb}}{d\beta^2} \frac{\partial^2 U_{gq}}{\partial z^2} = - \frac{i}{4D\omega_{rqb} \tilde{W}_{gqb}} \left[\int_{z-D/2}^{z+D/2} d\zeta \int_{S_1} dx dy \mathcal{A}_{gqb}^* \tilde{\mathcal{J}}_q - \right. \\ & - \frac{i}{\tilde{W}_{gqb}} \frac{d\tilde{W}_{gqb}}{d\beta} \frac{\partial}{\partial z} \int_{z-D/2}^{z+D/2} d\zeta \int_{S_1} dx dy \mathcal{A}_{gqb}^* \tilde{\mathcal{J}}_q + \\ & \left. + i \frac{\partial}{\partial z} \int_{z-D/2}^{z+D/2} d\zeta \int_{S_1} dx dy \frac{\partial \mathcal{A}_{gqb}^*}{\partial \beta} \tilde{\mathcal{J}}_q \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Фильтрация комплексной огибающей обобщенного тока в частотной области, позволяющая обеспечить вышеуказанную узкополосность функции u_{gq} , выполняется с помощью тех же алгоритмов, что и в дискретном приближении [4].

Функции \mathcal{A}_{gq} , $\partial \mathcal{A}_{gq} / \partial \beta$, $\partial^2 \mathcal{A}_{gq} / \partial \beta^2$ и т. д. могут быть получены путем дифференцирования нормальных мод или синтезированы из парциальных мод по формулам:

$$\mathcal{A}_{gq}(x, y, z, \beta) = \sum_{n=0}^{N-1} \mathcal{A}_{pqn}(x, y, z) \exp i \beta(z - nD); \quad (11)$$

$$\frac{\partial \mathcal{A}_{gq}}{\partial \beta} = i \sum_{n=0}^{N-1} (z - nD) \mathcal{A}_{pqn} \exp i \beta(z - nD); \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{A}_{gq}}{\partial \beta^2} = - \sum_{n=0}^{N-1} (z - nD)^2 \mathcal{A}_{pqn} \exp i \beta(z - nD) \quad (13)$$

и т. д. Поскольку все нечетные производные регулярных мод на нулевой постоянной распространения являются мнимыми, нетрудно видеть, что выражение (3) и правая часть уравнения (4) всегда вещественны.

2. ЧЕТЫРЕХМЕРНЫЕ ВЕКТОРЫ

Сохранение калибровки для обобщенного потенциала зависит от точности выполнения условия непрерывности тока $\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \partial \rho / \partial t = 0$ моделью электронного потока. В отличие от кулоновской калибровки, в калибровке Лоренца скалярный потенциал и дивер-

гентная часть векторного потенциала с частотами выше критической для каждого типа волны распространяются вдоль ЭС наравне с соленоидальным полем. Поэтому случайно возникший между ними дисбаланс не имеет тенденции к уменьшению с расстоянием. Если точное соблюдение условия непрерывности тока затруднительно, вместо обобщенных потенциала и плотности тока целесообразно использовать релятивистские четырехмерные векторные величины

$$\vec{A} = (\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \phi, \vec{A}) \text{ и } \vec{j} = (\rho / \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}, \vec{j})$$

(так называемые четырехвекторы потенциала и плотности тока [5]), которым калибровка Лоренца присуща неотъемлемо:

$$\vec{\square} \cdot \vec{A} = 0; \quad (14)$$

$$\vec{\square} \cdot \vec{j} = 0, \quad (15)$$

где $\vec{\square}$ – четырехмерный векторный дифференциальный оператор (даламбертиан), в декартовой системе координат имеющий вид:

$$\vec{\square} = \left(\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial}{\partial t}, -\frac{\partial}{\partial x}, -\frac{\partial}{\partial y}, -\frac{\partial}{\partial z} \right). \quad (16)$$

Здесь и далее для четырехвекторных величин используется условное обозначение в виде четырех точек над соответствующей переменной, поскольку в ином смысле (как производная по времени четвертого порядка) оно употребляется крайне редко. Круглые скобки означают объединение заключенных в них компонентов в четырехвектор. Напряженность электрического и индукция магнитного полей могут быть получены из четырехвектора \vec{A} как компоненты тензора электромагнитного поля [5].

Когда четырехвектор потенциала используется для описания полей в продольно-однородной ЭС, большинство поперечных волновых чисел (критических частот) оказываются, как минимум, трехкратно вырожденными. Два типа волны – это общеизвестные TE_{ij} (H_y) и TM_{ij} (E_y) моды, имеющие соленоидальные составляющие $(0, A_x, A_y, 0)$ и $(0, A_x, A_y, A_z)$ четырехвектора \vec{A} соответственно. Третий тип – мода с потенциальными компонентами (A_t, A_x, A_y, A_z) , которая может быть обозначена как «Zero Magnetic» (ZM_{ij}) или «Potential» (P_{ij}). Это «виртуальная» волна, не имеющая компонентов электрического и магнитного поля в пустой ЭС, но являющаяся базисом для разложения потенциальной составляющей электрического поля в присутствии электронного потока. В терминах нерелятивистских величин ее можно интерпретировать как неразделимую комбинацию двух волн, одна из которых содержит компонент скалярного потенциала $(A_t, 0, 0, 0)$, а вторая – дивергентные составляющие векторного потенциала $(0, A_x, A_y, A_z)$. Волны связаны между собой соотношением (14) и подавляют друг друга в пустой ЭС, но их баланс нарушается вблизи свободных зарядов.

Регулярные моды типов TE (H), TM (E) и ZM (P) образуют полную систему базисных функций для де-

композиции электромагнитного поля в продольно-однородной односвязной ЭС с однородными граничными условиями. Любая замедляющая система также имеет «потенциальные» полосы пропускания, помимо обычных «соленоидальных». Все эти полосы использовались и ранее (см. [1] и п. 1 данной работы) при разложении обобщенного потенциала. Однако там для каждого «потенциального» типа волны решались два независимых уравнения возбуждения, в правой части одного из которых находилась плотность тока, а второго – плотность объемного заряда. Здесь же для каждой «потенциальной» волны решается единственное уравнение возбуждения с четырехвектором плотности тока в правой части. Поэтому нарушение закона непрерывности тока может привести к неточности в расчете амплитуды этой волны, но калибровка (14) всегда сохраняется. В многосвязной ЭС для полноты вышеуказанной системы к ней должны быть добавлены ТЕМ_i (Т_i) волны.

В качестве примера ниже выписаны компоненты четырехвектора регулярных мод $\ddot{\ddot{A}}_{gq}(x, y, \beta, \omega)$ всех типов волн в прямоугольном волноводе размером $\Delta X \times \Delta Y$.

Для волны типа ТЕ:

$$A_{gqt} = 0; \quad (17)$$

$$A_{gqx} = -A_0 \frac{k_{yq}}{\sqrt{k_{xq}^2 + k_{yq}^2}} \cos k_{xq} x \sin k_{yq} y; \quad (18)$$

$$A_{gqy} = A_0 \frac{k_{xq}}{\sqrt{k_{xq}^2 + k_{yq}^2}} \sin k_{xq} x \cos k_{yq} y; \quad (19)$$

$$A_{gqz} = 0. \quad (20)$$

Для волны типа ТМ:

$$A_{gqt} = 0; \quad (21)$$

$$A_{gqx} = -i A_0 \frac{k_{xq} \beta}{k_{xq}^2 + k_{yq}^2} \cos k_{xq} x \sin k_{yq} y; \quad (22)$$

$$A_{gqy} = -i A_0 \frac{k_{yq} \beta}{k_{xq}^2 + k_{yq}^2} \sin k_{xq} x \cos k_{yq} y; \quad (23)$$

$$A_{gqz} = A_0 \sin k_{xq} x \sin k_{yq} y. \quad (24)$$

Для волны типа ZM:

$$A_{gqt} = A_0 \sin k_{xq} x \sin k_{yq} y; \quad (25)$$

$$A_{gqx} = i A_0 \frac{k_{xq} \omega}{c(k_{xq}^2 + k_{yq}^2 + \beta^2)} \cos k_{xq} x \sin k_{yq} y; \quad (26)$$

$$A_{gqy} = i A_0 \frac{k_{yq} \omega}{c(k_{xq}^2 + k_{yq}^2 + \beta^2)} \sin k_{xq} x \cos k_{yq} y; \quad (27)$$

$$A_{gqz} = A_0 \frac{\beta \omega}{c(k_{xq}^2 + k_{yq}^2 + \beta^2)} \sin k_{xq} x \sin k_{yq} y. \quad (28)$$

В выражениях (17) – (28) A_0 – нормировочная амплитуда, для амплитудной нормировки равная 1 В · с/м; $k_{xq} = \pi i_q / \Delta X$ ($i_q = 0, 1, 2, \dots$) и $k_{yq} = \pi j_q / \Delta Y$

($j_q = 0, 1, 2, \dots$) – поперечные волновые числа q -го типа волны по координатам x и y соответственно. У волны типа ТЕ один из индексов i_q или j_q может быть нулевым, у двух других типов волн оба индекса должны начинаться с единицы.

Погонная псевдоэнергия регулярных мод вычисляется по формуле (5) с учетом правила скалярного умножения четырехвекторов:

$$\tilde{W}_{gq}(\beta, \omega) = \frac{\epsilon_0}{2D} \int_D dz \int_{S_1} dx dy (A_{gqt} A_{gqt}^* - A_{gqx} A_{gqx}^* - A_{gqy} A_{gqy}^* - A_{gqz} A_{gqz}^*). \quad (29)$$

В частности, для волны типа ТЕ в прямоугольном волноводе при $i_q \neq 0$ и $j_q \neq 0$ погонная псевдоэнергия равна

$$\tilde{W}_{gq} = -A_0^2 \frac{\epsilon_0 \Delta X \Delta Y}{8}, \quad (30)$$

в противном случае она в два раза больше (по модулю). Для волны типа ТМ

$$\tilde{W}_{gq} = -A_0^2 \frac{\epsilon_0 \Delta X \Delta Y}{8} \left[1 + \frac{\beta^2}{k_{xq}^2 + k_{yq}^2} \right]; \quad (31)$$

для волны типа ZM

$$\tilde{W}_{gq} = A_0^2 \frac{\epsilon_0 \Delta X \Delta Y}{8} \left[1 - \frac{\omega^2}{c^2(k_{xq}^2 + k_{yq}^2 + \beta^2)} \right]. \quad (32)$$

Как видно из вышеизложенного, при использовании четырехвекторов регулярные моды и их погонные псевдоэнергии являются в общем случае функциями постоянной распространения и частоты. Выражение (3) и уравнение (4) должны быть при этом переписаны соответственно как

$$\begin{aligned} \ddot{\ddot{A}}(t, x, y, z) = \sum_q \left(\ddot{\ddot{A}}_{gq0} u_{gq} + i \frac{\partial \ddot{\ddot{A}}_{gq0}}{\partial \beta} \frac{\partial u_{gq}}{\partial z} - \right. \\ \left. - i \frac{\partial \ddot{\ddot{A}}_{gq0}}{\partial \omega} \frac{\partial u_{gq}}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \ddot{\ddot{A}}_{gq0}}{\partial \beta^2} \frac{\partial^2 u_{gq}}{\partial z^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \ddot{\ddot{A}}_{gq0}}{\partial \beta \partial \omega} \frac{\partial^2 u_{gq}}{\partial z \partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \ddot{\ddot{A}}_{gq0}}{\partial \omega^2} \frac{\partial^2 u_{gq}}{\partial t^2} - \dots \right) \end{aligned} \quad (33)$$

и

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_{gq}}{\partial t^2} + 2\delta_{rq0} \frac{\partial u_{gq}}{\partial t} - \frac{d^2 \delta_{rq0}}{d\beta^2} \frac{\partial^3 u_{gq}}{\partial t \partial z^2} + \frac{1}{12} \frac{d^4 \delta_{rq0}}{d\beta^4} \frac{\partial^5 u_{gq}}{\partial t \partial z^4} - \dots + \\ + (\omega_{rq}^2)_0 u_{gq} - \frac{1}{2} \frac{d^2 (\omega_{rq}^2)_0}{d\beta^2} \frac{\partial^2 u_{gq}}{\partial z^2} + \frac{1}{24} \frac{d^4 (\omega_{rq}^2)_0}{d\beta^4} \frac{\partial^4 u_{gq}}{\partial z^4} - \dots = \\ = \frac{1}{2D} \int_{z=-D/2}^{z=D/2} d\zeta \int_{S_1} dx dy \left[\ddot{\ddot{A}}_{gq0}^*(x, y, \zeta) \ddot{\ddot{A}}_{gq0}(x, y, \zeta) j(t, x, y, \zeta) - \right. \\ \left. - i \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{\ddot{\ddot{A}}_{gq}^*}{\tilde{W}_{gq}} \right)_0 \frac{\partial j}{\partial z} + i \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{\ddot{\ddot{A}}_{gq}^*}{\tilde{W}_{gq}} \right)_0 \frac{\partial j}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \left(\frac{\ddot{\ddot{A}}_{gq}^*}{\tilde{W}_{gq}} \right)_0 \frac{\partial^2 j}{\partial z^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \beta \partial \omega} \left(\frac{\ddot{\ddot{A}}_{gq}^*}{\tilde{W}_{gq}} \right)_0 \frac{\partial^2 j}{\partial z \partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \omega^2} \left(\frac{\ddot{\ddot{A}}_{gq}^*}{\tilde{W}_{gq}} \right)_0 \frac{\partial^2 j}{\partial t^2} + \dots \right]. \end{aligned} \quad (34)$$

Индекс 0 теперь означает, что соответствующая величина вычисляется при $\beta = 0$ и $\omega = 0$.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА РЕГУЛЯРНЫХ МОД

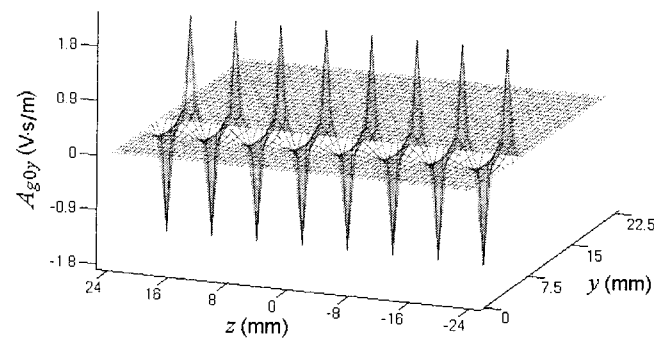
В качестве примера регулярных мод на рис. 1, *a* и 2, *a* изображены соответственно *y*- и *z*-составляющие векторного потенциала регулярной моды на нижней границе полосы пропускания LE_0 ($q = 0$) однородной гребенчатой замедляющей системы из восьми ячеек как функции координат (*y*, *z*). Аналогично, рис. 1, *б* и 2, *б* содержат первые производные, а рис. 1, *в* и 2, *в* – вторые производные от соответствующих составляющих этой моды по β на нулевой постоянной распространения. Все они получены с использованием формулы (2) из вычисленных аналитически по соотношениям работы [6] нормальных 0- и $\pm\pi/4$ -мод с частотами 1 ГГц и 2 ГГц соответственно (нижняя граница полосы пропускания ЭС и частота $\pi/4$ -моды выбраны условно). Исходные данные системы: период 6 мм; толщина ламели 3 мм; глубина щели 15 мм; расстояние между торцами ламелей и противоположным элект-

родом (высота пространства взаимодействия) 7,5 мм. Используется амплитудная нормировка [$A_{gqz}(\beta) \equiv 1 \text{ В} \cdot \text{с/м}$ между торцами ламелей].

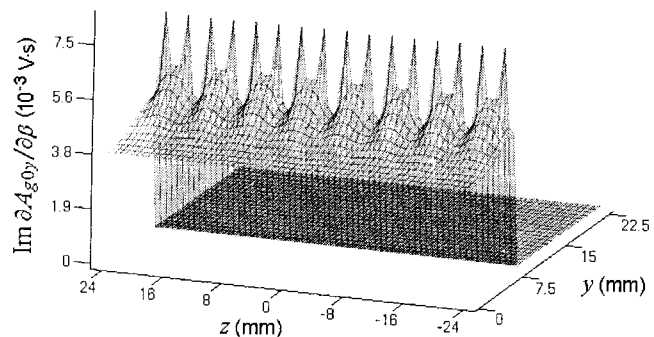
Из рис. 1 и 2 видно, что в отличие от нормальных мод продольный период функций A_{gq} и всех ее производных совпадает с периодом ЭС. Это является особенностью регулярных мод, позволяющей раскладывать их в ряд Тейлора по постоянной распространения. Для продольно-однородных систем соответствующие функции однородны в продольном направлении (т. е. не зависят от *z*).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

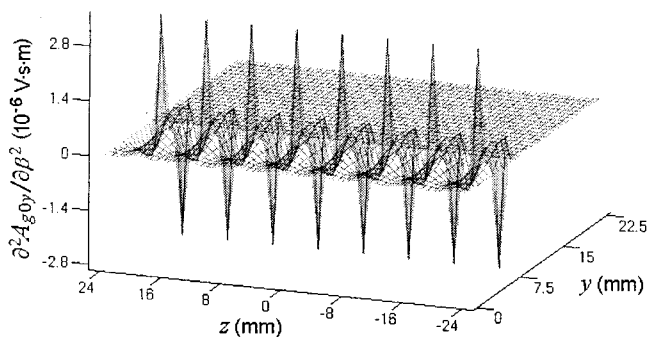
К числу актуальных задач прикладной электроники следует отнести создание принципиально новых способов моделирования взаимодействия электромагнитных волн с электронными потоками в СВЧ-приборах, поскольку «классические» методы, предложенные в середине прошлого века для анализа узкополосных аналоговых сигналов, не отвечают современным требованиям. Разработка спектральных моделей, в ос-



a

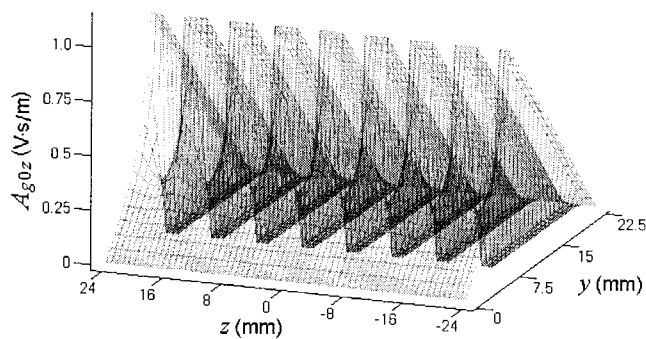


б

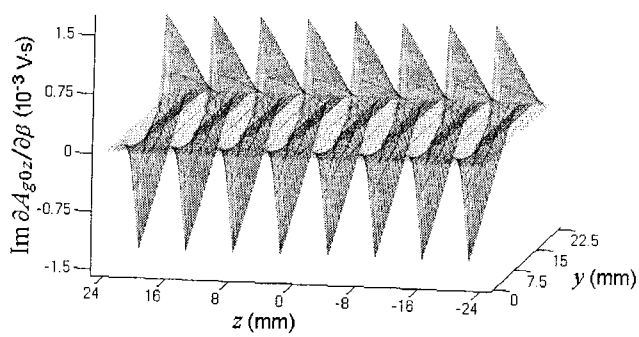


в

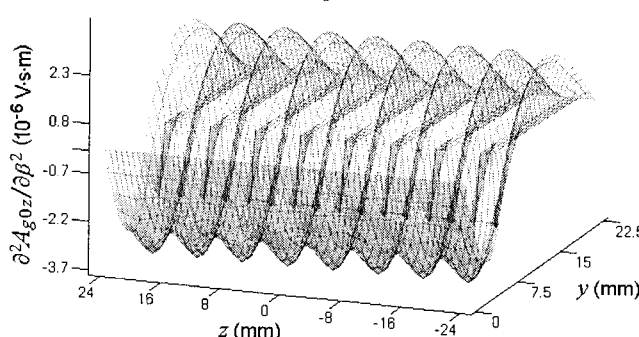
Рис. 1



a



б



в

Рис. 2

нове которых лежит нестационарный подход к описанию указанного взаимодействия, является одним из шагов в данном направлении.

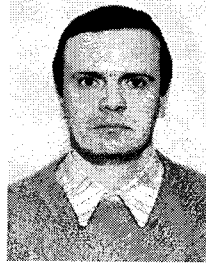
С точки зрения реализации такого подхода, декомпозиция поля в регулярные виды имеет преимущества по сравнению с классическим разложением в нормальные моды. Достоинствами обладает также применение подхода Фурье (концепции стоячих волн) для решения как краевых, так и начальных задач, что позволяет с одинаковой точностью моделировать процессы взаимодействия как посреди полосы пропускания ЭС, так и вблизи ее границ. Перспективным может оказаться использование основ релятивистской теории в прикладных задачах электроники СВЧ.

Автор признателен проф. Н.И. Айзацкому за постановку задач и обсуждение результатов работы.

Литература: 1. *Грицунов А.В.* Возбуждение нестационарных немонохроматических полей в направляющих электродинамических системах. Часть I. Дискретное приближение // Прикладная радиоэлектроника. — 2004. — Т. 2. — № 2. —

С. 64–70. 2. *Шварцбург А.Б.* Видеоимпульсы и непериодические волны в диспергирующих средах (точно решаемые модели) // Успехи физических наук. 1998. Т. 168, № 1. — С. 85–103. 3. *Грицунов А.В.* О спектральном подходе к моделированию СВЧ-приборов // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49, № 7. С. 882–885. 4. *A.V. Gritsunov, L.Y. Turenko.* Harmonic Decomposition of an Exciting Current in Simulation of the Electron Devices // Telecomm. and Radio Engineering. 2002. Vol. 58, No. 11–12. P. 56–66. 5. *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. II. Теория поля. — М.: Наука, 1988. — 512 с. 6. *Клеен В.* Введение в электронику сверхвысоких частот. — М.: Сов. радио, 1963. — 480 с.

Поступила в редколлегию 20.04.2004



Грицунов Александр Валентинович, канд. техн. наук, доцент кафедры микроэлектроники, электронных приборов и устройств ХНУРЭ. Область научных интересов: радиофизика, компьютерное моделирование электровакуумных СВЧ-приборов.