АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО ГЛУБИНЕ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОЛУПРОВОДНИКОВ В МИКРОВОЛНОВОЙ МИКРОСКОПИИ

[1]Гордиенко Ю. Е., [2]Ларкин С. Ю., [1]Мельник С. И., [1]Слипченко Н. И.
[1]Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина
[2]Научно-производственный концерн Наука, Киев, Украина
E-mail: smelnyk@yandex.ru

Abstract — Рассмотрен алгоритм восстановления распределения по глубине электрических свойств полупроводниковых материалов в методе микроволнового сканирования учился. Для анализа полученных данных используется итерационный метод последовательных возмущений

I. Введение

Микроволновая сканирующая микроскопия (МСМ) находит широкое применение во многих областях науки и техники. Вместе с тем, очень редко решаются задачи нахождения объемного распределения электрофизических свойств (ЭФС) в исследуемом объекте. Существующие методы решения этой задачи связаны, как правило, с нахождением слабых возмущений известного априорно распределения диэлектрической проницаемости. Кроме того, дополнительным параметром сканирования является размер апертуры зонда [1], или же частота поля [2]. Специфика МСМ полупроводников заключается, прежде всего, в необходимости нахождения объемного распределения проводимости. Причем ее значения по глубине могут изменяться на один-два порядка. В связи с этим нами был ранее предложен метод микроволновой сканирующей томографии (МСТ), отличающийся тем, что в качестве зонда используется высокодобротный объемный резонатор с выступающим острием, а дополнительным параметром сканирования является величина воздушного зазора между острием датчика и поверхностью полупроводника [3]. За счет этих отличий удается значительно повысить корреляцию между измеряемым сигналом и толщиной того слоя полупроводника, который оказывает на формирование сигнала существенное влияние. В этой работе предложен математический алгоритм реконструкции ЭФС полупроводника по глубине в этом методе.

II. Основная часть

Ранее мы предложили алгоритм МСТ на основе метода декомпозиции системы, состоящей из датчика и объекта контроля [1]. За счет замены переменной $U_r(z,\varsigma)=\tilde{E}_r(z,\varsigma)\big/d\tilde{E}_r(z,\varsigma)/dz$ для Фурье образа компонент электрического поля оказывается возможен переход к дифференциальному уравнению первого порядка относительно неизвестной функции $U_r(z,\varsigma)$. Кроме того, для моделирования поля и решения обратной задачи нами используется метод заданного (в плоскости апертуры объемного резонатора) поля [4]. В результате алгоритм МСТ может быть разбит на три этапа.

На первом этапе определяется связь информативных параметров датчика (изменения резонансной частоты и добротности) с параметрами добавочной комплексной емкости $\tilde{C}_n(\Delta z_1)$, вносимой в эквивалентную электрическую схему датчика за счет исследуемого объекта. На втором – определяется связь ее значения, зависящего от толщины воздушного зазора, с граничными условиями для введенной нами функции U_r. На третьем – связь этих условий с распределением ЭФС по глубине объекта контроля.

Решение задачи реконструкции распределения ЭФС сводится к последовательному решению трех обратных задач. Первая из них является специфичной для различных датчиков и будет рассмотрена нами отдельно. В настоящей работе мы предложим алгоритмы решения второй и третьей, что позволяет находить распределение ЭФС по глубине на основе известной зависимости $\tilde{C}_n(\Delta z_1)$ от толщины воздушного зазора.

В том случае, когда ЭФС слабо меняются в направлении, параллельном поверхности, можно приближенно считать распределение поля в образце и в воздушном зазоре аксиально симметричным. Для функции $U_r(z,\varsigma)$ от преобразования Ганкеля первого порядка тангенциальной компоненты электрического поля $\tilde{E}_r(z,\varsigma)$ имеем:

$$\tfrac{d}{dz}U_r(z,\varsigma)=1-U_r^{\,2}(z,\varsigma)\cdot\left(\varsigma^2-k^2(z)\right) \qquad (1)$$

Влияние объекта контроля на информативные параметры в эквивалентной схеме резонатора может быть представлено комплексной емкостью. Для резонатора с кольцевидной апертурой и заданного в ней в виде 1/r электрического поля было получено уравнение:

$$\tilde{C}_n(\Delta z_1)=\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln^2(b/a)}\int_0^\infty\frac{\left[J_0(\varsigma a)-J_0(\varsigma b)\right]^2}{\varsigma\gamma_1}\cdot\left[\mathrm{ctgh}\,\gamma_1\Delta z_1-R_1^{M,\infty}\,\mathrm{csech}\,\gamma_1\Delta z_1\right]d\varsigma \qquad (2)$$

где Δz_1 - величина воздушного зазора,(a,b) - внутренний и внешний радиусы апертуры зонда,

$$\gamma_1=\sqrt{\varsigma^2-k_0^2}\ ,\ R_1^{M,\infty}(\varsigma)=\frac{\tilde{E}_{r(1)}(0,\varsigma)}{\tilde{E}_{r(1)}(-\Delta z_1,\varsigma)} \qquad (3)$$

значения (0); ($-\Delta z_1$) координаты z соответствуют поверхности объекта и плоскости апертуры датчика [4]. Тогда $R_1^{M,\infty}(\varsigma)$ может быть получено из решения интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода $\int_0^\infty R_1^{M,\infty}(\varsigma)\cdot S(\varsigma;\Delta z_1)d\varsigma=G(\Delta z_1)$ одним из стандартных методов, где ядро интегрального преобразования $S(\varsigma;\Delta z_1)=-\left[J_0(\varsigma a)-J_0(\varsigma b)\right]^2\frac{\mathrm{csech}\,\gamma_1\Delta z_1}{\varsigma\gamma_1}$; и

$$G(\Delta z_1)=\tilde{C}_n(\Delta z_1)\cdot\frac{\ln^2(b/a)}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\left(\int_0^\infty\frac{\left[J_0(\varsigma a)-J_0(\varsigma b)\right]^2}{\varsigma\gamma_1}\cdot\mathrm{ctgh}(\gamma_1\Delta z_1)d\varsigma\right)^{-1}$$

вычисляются аналитически, с учетом найденной на первом этапе зависимости $\tilde{C}_n(\Delta z_1)$. При этом:

$$U(0,\varsigma)=\frac{\mathrm{sh}(\gamma_1\Delta z_1)/\gamma_1}{R_1^{M,\infty}(\varsigma)-\mathrm{ch}(\gamma_1\Delta z_1)} \qquad (4)$$

2012 22nd Int. Crimean Conference “Microwave & Telecommunication Technology” (CriMiCo’2012). 10—14 September, Sevastopol, Crimea, Ukraine
 ISBN: 978-966-335-370-8. IEEE Catalog Number: CFP12788

Полученная функция $U(0,\varsigma)$ уже не связана с параметрами датчика и зазора, а несет информацию только о распределении ЭФС в объекте контроля по глубине. Это ясно из того, что она может быть вычислена на основании данных об ЭФС с учетом известных (заданных) граничных условий на противоположной поверхности объекта. Уравнение (1) относительно неизвестной функции $k^2(z)$ при известных граничных условиях относится к классу уравнений Рикатти и в общем случае не имеет аналитических решений. Поэтому мы воспользуемся методом возмущений. Представим значения функций $U(z,\varsigma)$ и $k^2(z)$ в виде суммы известных (невозмущенных) частей и малой поправки:

$$U_r(z,\varsigma) = U_0(z,\varsigma) + \delta U_r(z,\varsigma)\,;\;\; k^2(z) = k^2{}_0(z) + \delta k^2(z) \quad (5)$$

Подставляя (5) в (1) и вычитая из получившегося уравнения соответствующее уравнение для невозмущенного распределения $U_0(z,\varsigma)$, получим:

$$\tfrac{d}{dz}\delta U(z,\varsigma) = \left(2U_0\delta U - \delta U^2\right)\cdot\left(\varsigma^2 - k^2{}_0(z)\right) + \left(U_0^2 + 2U_0\delta U + \delta U^2\right)\cdot\delta k^2$$

а после пренебрежениями поправками второго порядка малости – линейное дифференциальное уравнение:

$$\tfrac{d}{dz}\delta U(z,\varsigma) = 2U_0\left(\varsigma^2 - k^2{}_0(z)\right)\cdot\delta U + U_0^2\cdot\delta k^2 \quad (6)$$

Формальная запись этого уравнения имеет вид:

$$\tfrac{d}{dz}\delta U(z,\varsigma) - f(z,\varsigma)\cdot\delta U(z,\varsigma) = g(z,\varsigma)$$

где

$$f(z,\varsigma) = 2U_0\left(\varsigma^2 - k^2{}_0(z)\right) \text{ и } g(z,\varsigma) = U_0^2\cdot\delta k^2$$

С учетом нулевых граничных условий на границе d и рассчитанных на предыдущем этапе реконструкции граничных условий $U(0,\varsigma)$, получим интегральное уравнение:

$$\delta U(0,\varsigma) = e^{-F(0)}\int_d^0 g(z,\varsigma)\cdot e^{F(z)}dz = e^{-F(0)}\int_d^0 U_0^2(z,\varsigma)\cdot e^{F(z)}\cdot\delta k^2(z)\cdot dz$$

где $F(z) = \int_d^z f(z,\varsigma)\,dz$.

Значение невозмущенной функции $U_0(z,\varsigma)$ может быть определено при численном решении уравнения. Оно также является уравнением Фредгольма первого рода относительно неизвестного распределения $\delta k^2(z)$ и решается одним из стандартных методов. В результате мы определяем первую поправку неизвестного распределения, априорно заданного как $k_0^2(z)$. Дальнейшее решение сводится к итерационной процедуре. Рассчитывается новое значение распределения ЭФС $k^2{}_1(z) = k^2{}_0(z) + \delta k^2(z)$. Затем, решая численно уравнение (6), определяем первую поправку к рассчитанному ранее значению функции от поля в объекте и ее новое значение $U_1(z,\varsigma) = U_0(z,\varsigma) + \delta U_1(z,\varsigma)$.

Подставляя новые значения распределений $k^2{}_1(z)$ и $U_1(z,\varsigma)$ вместо исходных, невозмущенных, повторяем итерационную процедуру и находим следующее приближение. Заметим, что все значения в записанных формулах комплексны. Поэтому, предложенный алгоритм позволяет определить как распределение диэлектрической проницаемости, так и проводимости по глубине полупроводника. Сходимость итерационной процедуры к устойчивому решению и его точность сильно зависит от особенностей исследуемых распределений ЭФС.

III. Заключение

Таким образом, разработан итерационный алгоритм определения распределения ЭФС по глубине в методе МСТ. В отличие от аналогов, используются результаты измерения резонансной частоты и добротности объемного резонаторного датчика в зависимости от толщины воздушного зазора. Использован метод заданного поля для моделирования распределения поля в полупроводнике и метод декомпозиции для разбиения решения обратной задачи на три этапа. Для двух этапов алгоритма реконструкции (в области полупроводника и в воздушном зазоре) получены аналитические выражения ядра интегрального уравнения Фредгольма первого рода. Каждое из этих уравнений может быть решено численно одним из стандартных методов.

IV. Список литературы

[1] *Резник А. Н., Юрасова Н. В.* Ближнепольная СВЧ томография биологических сред. ЖТФ. 2004. Том 74. Вып. 4. с. 108-116

[2] *Tobias Meyer*, Microwave Imaging of High-Contrast Objects, Doctoral Dissertation accepted by: Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg , The Faculty of Electrical Engineering and Information Technology, 2005-10-02

[3] *Гордиенко Ю. Е., Ларкин С. Ю., Мельник С. И., Слипченко Н. И.* Теоретические аспекты реализации ближнепольной микроволновой томографии // Радиотехника - 2011. №167. С. 120-128.

[4] *Гордиенко Ю. Е., Панченко А. Ю., Фар Р. С.* Приближение заданного поля в задачах определения характеристик резонаторных СВЧ датчиков апертурного типа // Радиотехника. – 1998. – № 107. – С. 93–103.

RESTORATION ALGORITHM OF THE DEPTH DISTRIBUTION OF ELECTROPHYSICAL PROPERTIES OF SEMICONDUCTORS IN MICROWAVE MICROSCOPY

[1]Gordienko Yu. E., [2]Larkin S. Yu.,
[1]Melnyk S. I., [1]Slipchenko N. I.
[1]Kharkiv National University of Radio Electronics,
[2]Scientific Industrial Concern “Nauka”, Kiev, Ukraine

Abstract — Restoration algorithm of the depth distribution of the electrical properties of semiconductor materials and products in the method of microwave scanning is studied. In order to process the information obtained by varying the thickness of the air gap, an iterative method of successive perturbations is used.

Introduction. Previously, we used the method of microwave scanning tomography (MST), wherein the probe is used as a high-Q cavity resonator, and an additional parameter is the value of scanning the air gap between the tip and the surface of the semiconductor sensor [3].

The main part. The solution of the restoration of the distribution of electrophysical properties (EPP) is reduced to solving a sequence of three inverse problems. If the EPP vary only slightly in the direction parallel to the surface, it can be approximately regarded as the field distribution in the sample and the air gap axially symmetric. For the function $U_r(z,\varsigma)$ from the first order Hankel transformation of the tangential component of the electric field $\tilde{E}_r(z,\varsigma)$ we obtain (1). The differential Riccati equation, whose solution depends on the desired distribution of EPP, but not from the sensor and the air gap, shall be taken into account. The iterative perturbation method is used. In each iteration, the resulting Fredholm integral equation is solved numerically.

Conclusion. Thus, the developed iterative algorithm is to determine the distribution of EPP in depth in the method of MST. In contrast to the analogue ones we used the results of measurements of the resonant frequency and Q of the resonator sensor volume, depending on the thickness of the air gap. The method of the given field and the decomposition method are used.

2012 22nd Int. Crimean Conference “Microwave & Telecommunication Technology” (CriMiCo’2012). 10—14 September, Sevastopol, Crimea, Ukraine