УДК519.68

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ ВЕКТОРНЫМИ ЗАДАЧАМИ НА КОМБИНАТОРНЫХ КОНФИГУРАЦИЯХ

КОЛЕЧКИНА Л.Н., РОДИОНОВА Е.А.

Векторная комбинаторная оптимизация является перспективным направлением исследований, поскольку с помощью таких задач можно описать сложные прикладные проблемы. Рассматривается постановка векторной комбинаторной задачи и поиск метода ее решения, а также построение моделей прикладных задач. Является продолжением исследований в данной области.

Введение. Необходимость принятия оптимальных решений возникает в самых разнообразных сферах человеческой деятельности. В зависимости от сложности и характера заданий этот процесс может быть интерпретирован как решение задачи векторной комбинаторной оптимизации. Такие задачи касаются поиска оптимальных значений целевой функции или функций путем выбора из множества возможных решений.

Многокритериальность или векторность задачи объясняется необходимостью достижения нескольких целей одновременно и выражается в наличии двух или более критериев оптимизации. Часто характер построения множества допустимых решений отображается в комбинаторных свойствах задачи, которая рассматривается на определенной комбинаторной конфигурации [1].

Для решения задач комбинаторной оптимизации были разработаны различные вычислительные методы. Наиболее перспективные из них выделились в отдельную область комбинаторного программирования. Общая идея этих методов состоит в замене полного перебора всех вариантов частичными переборами меньших объемов. Основное внимание в комбинаторной оптимизации на данный момент уделено определению вычислительной сложности задач, а также разработке новых методов и алгоритмов решения [2-6].

С увеличением количества критериев оптимизации сложность задачи возрастает [7, 8], а также возникает необходимость в разработке подхода к решению векторных комбинаторных задач, поскольку общий алгоритм не разработан, поэтому вопрос о постановке задачи и поиске методов ее решений является актуальным.

Данная статья является продолжением исследований в области комбинаторной многокритериальной оптимизации [4, 6, 8-10]. Ее цель – постановка многокритериальной задачи на множестве полиперестановок, обзор характеристик методов векторной оптимизации, а также выбор метода ее решения, построение моделей прикладных задач.

1. Постановка задачи

Рассмотрим многокритериальную задачу на комбинаторных конфигурациях. Оптимизируемые критерии представляются следующим набором функций:

$$f_j(x) = \max < c_j^i x_j >, i \in N_s, j \in N_m . \qquad (1)$$

Данный набор функций можно представить в виде векторного критерия

$$F(x) = (f_1(x),..,f_m(x)) , \qquad (2)$$

максимальное значение которого необходимо найти.

Из дополнительных условий может возникать условие принадлежности решения определенной конфигурации. При решении комбинаторных задач часто используются такие хорошо известные конструкции из элементов конечного множества, как сочетания, размещения, перестановки и т.п. Уже для этих простейших комбинаторных конструкций возникает необходимость формализации их определения с целью избежать словесных нагромождений и путаницы. С усложнением конструкций такая необходимость становится все более актуальной. Упомянутая формализация может быть осуществлена в большом классе случаев путем введения понятия конфигурации. Дадим это определение согласно [1].

Пусть заданы множества $X=\{1,2,...,m\}$ $Y=\{y_1,y_2,...,y_n\}$, и пусть на Y задан строгий линейный порядок: $y_1<y_2<...<y_n$. Отображение $\varphi: X\to Y$, удовлетворяющее некоторому комплексу ограничений Λ, будем называть конфигурацией. Комплекс ограничений Λ, которому удовлетворяет отображение φ, определяет некоторый класс конфигураций, соответствующих условиям на комбинаторные конструкции в рассматриваемой задаче.

Рассмотрим понятие полиперестановочного множества [2], которое можно интерпретировать как поликомбинаторная конфигурация. Множество первых m натуральных чисел обозначим через N_m, соответственно $N_m=\{1,...,m\}$. Представим данное множество в виде упорядоченного разбиения на s непустых подмножеств $N_1,...,N_s$, для которых выполняются условия: $N_i\cap N_j=\varnothing$, $N_i\neq\varnothing$, $N_j\neq\varnothing$, $\forall i,j\in N_s$. Пусть H – множество всех элементов вида: $\pi=(\pi(1),...,\pi(k))=(\pi^1,...,\pi^s)$, где π^i – произвольная перестановка элементов множества N_i $\forall i\in N_s$.

Обозначим через A^{N_i} подмножество пронумерованного мультимножества A [2, 3], которое состоит из тех элементов A, номера которых принадлежат множеству N_i:

$$A^{N_i}=\left\{a_1^{N_i},a_2^{N_i},...,a_{n_i}^{N_i}\right\},$$

где $k_i=|N_i|$; $\left[A^{N_i}\right]=\left[\eta_1^i,\eta_2^i,...,\eta_{n_i}^i\right]$ – первичная спецификация конфигурации A^{N_i}, если вектор $\left(a_1^{N_i},a_2^{N_i},...,a_{n_i}^{N_i}\right)$ $a_j^{N_i}\le a_{j+1}^{N_i}$ $\forall j\in N_{n_i-1}$, $\forall i\in N_s$, имеет η_j^i элементов $a_j^{N_i}$ из множества A^{N_i}. Тогда получаем множество

$$P_{kn}^S(A,H)=\left\{\left(a_{\pi(1)},...,a_{\pi(k)}\right)\middle| a_{\pi(i)}\in A\,\forall i\in N_k,\forall\pi\in H\right\},$$

являющееся общим множеством полиперестановок. Таким образом, мы получаем конфигурацию $\varphi: A\to P_{kn}^S(A,H)$, где φ – отображение мультимножества в общее множество полиперестановок. Условие принадлежности решения множеству полиперестановок запишем в виде

$$x=(x_1,...,x_k)\in P_{kn}^s(A,H), \tag{3}$$

где $P_{kn}^s(A,H)$ – поликомбинаторная конфигурация, содержащая k элементов, среди которых n разных, и создана разбиением мультимножества A на s подмножеств [3].

Множество полиперестановок совпадает с множеством вершин многогранника полиперестановок из [3]: $P_{kn}^s(A,H)=\mathrm{Vert}M_{kn}^s(A,H)$, выпуклая оболочка которого описывается системой :

$$\sum_{j\in N_i'}x_j=\sum_{j=1}^{k_i}a_j^{N_i};\ \sum_{j\in\omega^i}x_j\ge\sum_{j=1}^{|\omega^i|}a_j^{N_i}\ \forall\omega^i\in N_i',\forall i\in N_s. \tag{4}$$

Учитывая указанные условия, задачу сформулируем следующим образом: найти множество значений (3), являющееся оптимальным для функции (2):

$$Z(F,P_{kn}^s(A,H):\max\{F(x)\,|\,x\in P_{kn}^s(A,H)\}.$$

Такую задачу назовем многокритериальной задачей на поликомбинаторных конфигурациях, в частности, на множестве полиперестановок. Однако при решении практических задач возникает надобность учитывать дополнительные условия. Математически такие условия D могут быть представлены в виде

$$A_{ij}x_j\le b_j,\ \text{где }\ i\in N_m, j\in N_k. \tag{5}$$

Тогда задача (2), (3), (5) является комбинаторной многокритериальной задачей на множестве полиперестановок с линейными ограничениями:

$$Z(F,X):\max\{F(x)\,|\,x\in X\}. \tag{6}$$

Учитывая, что $P_{kn}^s(A,H)=\mathrm{Vert}\,M_{kn}^s(A,H)$, получаем $X=D\cap M_{kn}^s(A,H)$.

Ряд прикладных задач моделируется задачами многокритериальной оптимизации с учетом поликомбинаторных свойств множества допустимых решений, т.е. задачами вида $Z(F,P_{kn}^s(A,H)$. Такие задачи адекватно описывают область допустимых решений, на которой рассматривается множество альтернатив. Рассмотрим такие модели.

2. Модели прикладных задач на множестве полиперестановок

2.1. Модель задачи планирования производства. Рассмотрим работу производства. Поставленные перед ним задания можно сформулировать следующим образом: получить общую максимальную чистую прибыль от производства, максимизировать чистую прибыль за каждый из периодов работы, достигая минимального числа невыполненных заказов и уменьшая сверхурочное время и объем запасов готовой продукции.

Сформулируем задачу в математических терминах: пусть предприятие занимается производством k видов товаров, причем товар распределяется на s категорий, тогда $A=(a_1,...,a_k)$ – план производства, в котором товар a_i^1 принадлежит категории n_1, а товар a_i^2 – категории n_2 и так далее, a_i^s – категории n_s.

Предприятию известно, что чистая прибыль от i-го вида товара – $c_i^1, i\in N_k$, минимальная чистая прибыль от i-го вида товара за исследуемый период – $c_i^2, i \in N_k$, среднее количество невыполненных заказов i-го вида товара – $c_i^3, i \in N_k$, сверхурочное время, затраченное на производство i-го вида товара – $c_i^4, i \in N_k$, а также запасы продукции i-го вида товара – $c_i^5, i \in N_k$.

Данную задачу можно интерпретировать как многокритериальную на поликомбинаторных конфигурациях, поскольку необходимо A разделить на s подмножеств, которые характеризуют количество категорий, тогда x_i^j – количество товара, принадлежащего категории $j \in N_s$. Природа множества $x = (x_1,...,x_k)$ соответствует множеству полиперестановок $P_{kn}^s(A,H)$.

Математически определенные выше задания записываются в виде ряда функций или вектор-функции соответственно. В состав вектор-функции в математическую модель задачи входят функции, которые определяют:

общую чистую прибыль производства:

$$f_1(x) = \max < c_i^1, x >, i \in N_k;$$

минимальную чистую прибыль за исследуемый период:

$$f_2(x) = \min < c_i^2, x >, i \in N_k;$$

число невыполненных заказов:

$$f_3(x) = \min < c_i^3, x >, i \in N_k;$$

сверхурочное время: $f_4(x) = \min < c_i^4, x >, i \in N_k$;

запасы готовой продукции: $f_5(x) = \min < c_i^5, x >, i \in N_k$.

Для изготовления продукции необходимы затраты ресурсов предприятия $A_{ij}x_j \le b_j$, $i \in N_m, j \in N_k$ где A_{ij} – затраты ресурсов j-го вида на изготовление i-го вида продукции, b_j – наличие ресурсов j-го вида.

Математическая модель задачи планирования производства будет следующей: определить

$$f_1(x) = \max < c_i^1, x >, i \in N_k;$$

$$f_2(x) = \min < c_i^2, x >, i \in N_k;$$

$$f_3(x) = \min < c_i^3, x >, i \in N_k;$$

$$f_4(x) = \min < c_i^4, x >, i \in N_k;$$

$$f_5(x) = \min < c_i^5, x >, i \in N_k$$

при условии $x = (x_1,...,x_k) \in P_{kn}^s(A,H)$

и линейных ограничениях: $A_{ij}x_j \le b_j$, $i \in N_m, j \in N_k$.

2.2. Модель задачи определения эффективности вкладов в недвижимость. Пусть предприятие имеет k активов для вложений в недвижимость $A = (a_1,...,a_k)$. При этом часть этих сумм может быть использована только для осуществления вкладов a_i^1 на период до n_1 лет, a_i^2 – до n_2 лет и так далее, a_i^s на период до n_s. Тогда $x = (x_1,...,x_k)$ – искомый план вкладов в недвижимость, который необходимо найти, где x_i – сумма вклада в i-й вид недвижимости.

Предприятию доступна информация о рисках вложений в недвижимость i-го вида – $c_i^1, i \in N_k$, прибыль от недвижимости i-го вида – $c_i^2, i \in N_k$, также сумма расходов на содержание i-го вида недвижимости - $c_i^3, i \in N_k$.

Таким образом, для получения оптимального плана вкладов в недвижимость необходимо оптимизировать следующие критерии:

Сумма рисков от вложения:

$$f_1(x) = \min < c_i^1, x >, i \in N_k.$$

Прибыль от вложения:

$$f_2(x) = \max < c_i^2, x >, i \in N_k.$$

Расходы на содержание (эксплуатацию) недвижимости: $f_3(x) = \min < c_i^3, x >, i \in N_k$.

Поскольку вклад в недвижимость сопряжен с необходимостью последующих расходов на содержание, то возникают дополнительные ограничения, связанные с ресурсами предприятия $A_{ij}x_j \le b_j$, где $i \in N_m, j \in N_k, A_{ij}$ – затраты ресурсов j-го вида на содержание i-го вида недвижимости, b_j – наличие ресурсов j-го вида.

Математическая модель задачи: обозначим $x = (x_1,...,x_k)$ – план вложений в недвижимость, который необходимо найти. Описанное выше построение множества $x = (x_1,...,x_k)$ соответствует множеству полиперестановок $P_{kn}^s(A,H)$. Таким образом, получим задачу:

Найти такое значение $x = (x_1,...,x_k) \in P_{kn}^s(A,H)$, которое является оптимальным для функций:

$$f_1(x) = \min < c_i^1, x >, i \in N_k,$$

$$f_2(x) = \min < c_i^2, x >, i \in N_k,$$

$$f_3(x) = \min < c_i^3, x >, i \in N_k$$

и удовлетворяет ограничениям: $A_{ij}x_j \le b_j$.

Построенные модели прикладных задач соответствуют математической модели векторной задачи на поликомбинаторных конструкциях. Следующий этап – это поиск подходов к решению. Рассмотрим существующие группы методов и проведем их сравнительный анализ.

3. Сравнительные характеристики методов решения многокритериальных задач

Прежде, чем рассмотреть методы решения векторных задач, следует отметить, что проблема решения многокритериальных задач во многом зависит от специфики их решения. Результатом решения скалярной задачи будет вектор, при котором функция достигает оптимума, но особенность векторного критерия в том, что он состоит из ряда функций, для которых достижение оптимального результата одновременно в большинстве случаев невозможно. Отсюда следует, что решением векторной задачи может быть только некоторое компромиссное решение, в определенном смысле удовлетворяющее все составляющие векторного критерия. Поиском ответа на эту проблему и направлены основные методы векторной оптимизации. В большинстве задач используется понятие оптимальности по Парето [7].

В данный момент разработано достаточно много методов решения задачи многокритериальной оптимизации, которые широко рассмотрены и описаны в работах [4, 6-10]. При разработке методов решения необходимо решать проблемы, тем или иным образом связанные с выбором принципа оптимальности. Рассмотрим эти проблемы.

Нормализация критериев. Для данного подхода характерным есть то, что локальные критерии в векторных задачах имеют разный физический смысл и соответственно измеряются в разных единицах. Масштаб их сравнить практически невозможно, поэтому тяжело получить качественный результат. Процесс приведения критериев к единому безразмерному виду называется нормализацией. Решение этой проблемы предшествует поиску оптимальных решений.

Выбор принципа оптимальности. Принцип оптимальности в векторных задачах определяет свойства оптимального решения. Он определяет, в каком смысле оптимальное решение превосходит все остальные допустимые решения, и дает правило поиска этого решения. Поиск принципа оптимальности является основной проблемой векторной оптимизации. Если проблема нормализации отсутствует, то выбор принципа оптимальности становится вопросом номер один.

Учет приоритета критериев. Локальные критерии вектор-функции имеют разную важность при решении задачи, соответственно это необходимо учитывать при выборе оптимального решения и определения области возможных решений. Эта проблема решается путем математического определения приоритета локальных критериев и степени влияния их на решение векторной задачи.

Вычисление оптимума задачи многокритериальной оптимизации. В наше время достигнуты определенные успехи в области решения векторных задач. Однако существуют примеры, когда вычислительные схемы и алгоритмы перестают быть эффективными в силу небольших изменений в начальной задаче, поэтому проблема нахождения оптимума остается актуальной. Все указанные проблемы тем или иным образом сводятся к преобразованию многокритериальной задачи в однокритериальную.

Решение проблем векторной оптимизации заключается в разработке соответствующих методов и идет в следующих направлениях: методы, основанные на свертке критериев в один; методы, построенные с наложением ограничений на критерии; методы целевого программирования; методы, основанные на поиске компромиссного решения; методы, в основе которых лежит интерактивное программирование. Следует отметить, что существуют и другие классификации методов.

Перечисленные группы методов не являются комбинаторными, но идеи этих методов могут быть использованы как подходы к решению задач многокритериальной комбинаторной оптимизации в комплексе с комбинаторными методами, среди которых следует отметить метод комбинаторных отсечений [2, 8]. Идея метода была предложена Данцингом и в работах Гомори получила дальнейшее развитие. Эффективность метода прямо пропорциональна эффективности способа построения отсечений, что привело к разработке большого количества методов этой группы, которые предназначены для решения скалярных задач. В [9] представлен комбинированный метод решения многокритериальной комбинаторной задачи, который является комбинацией комбинаторного метода отсечений [2] и векторного метода ограничений. В данной статье рассмотрим новый метод решения задачи (6).

Одним из подходов к решению задач многокритериальной оптимизации является сведение их к скалярному виду. При наличии комбинаторных ограничений в многокритериальных задачах оптимизации не всегда является возможным использование существующих методов решения, поэтому для решения векторной задачи на множестве полиперестановок рассмотрим комбинацию методов последовательного ввода ограничений и комбинаторного отсечения [2].

4. Построение алгоритма модифицированного метода последовательного введения ограничений

Одним из важных понятий многокритериальной комбинаторной оптимизации, которое играет существенную роль в методе последовательного ввода ограничений, является понятие оценки, поскольку выбор оптимального решения сводится к выбору оптимальной оценки из множества Y всех допустимых оценок. Каждое решение задачи характеризуется своей оценкой $y = (y_1, ..., y_n)$, где $y_i = f_i(x), i \in N_n$.

Вектор $f(x^*)$ для парето-оптимального решения x^* называют парето-оптимальным вектором решения или парето-оптимальной оценкой, а множество всех таких векторов – множеством парето-оптимальных векторов или оценок.

Для задач многокритериальной комбинаторной оптимизации $Z(F, X)$ множество оценок можно определить следующим образом:

$$Y = F(X) = \{y \in R \,|\, y = F(x), x \in P(A)\}.$$

Выбор решения из комбинаторного множества $P(A)$ равносилен выбору соответствующей оценки из Y. В многокритериальных задачах решения сравниваются по преимуществу векторной оценки, т.е. по значению векторного критерия

$$F(f(x)) = (f_1(x), f_2(x), ..., f_m(x)) .$$

Перейдем к рассмотрению комбинированного метода. Главная идея алгоритма метода последовательного введения ограничений состоит в определении весовых коэффициентов каждого из критериев оптимальности и формировании «идеальной» оценки, что приводит задачу к однокритериальной. Путем сравнения полученного результата с оценкой определяется оптимальное решение. Однако вывод об удовлетворительности полученной оценки относительно «идеальной» принимает эксперт. Если оценка не удовлетворительна, то множество альтернатив уточняется и процедура повторяется.

В данном алгоритме процесс сравнения полученной и «идеальной» оценки можно рассматривать как расстояние между соответствующими точками пространства, заранее указав максимально допустимое расстояние. Определяется расстояние:

$$\rho_s(y, x) = \left(\sum_{i=1}^{m} |y_i - x_i|^s \right)^{\frac{1}{s}}$$

между точками y и x в метрических пространствах R_s^m с показателями метрики $s \geq 1$.

Идея метода комбинаторного отсечения сводится к поиску решения задачи с помощью симплекс-метода или его модификаций и определения его принадлежности соответствующему комбинаторному множеству. Если полученное значение является элементом множества, то алгоритм останавливает работу, в обратном случае – строится неравенство-отсечение, которое присоединяется к системе ограничений, и процедура поиска решения продолжается.

Объединив метод последовательного введения ограничений с методом комбинаторного отсечения, получим следующий модифицированный алгоритм решения многокритериальной задачи на множестве полиперестановок.

При построении алгоритма будем использовать следующие обозначения: k – количество сформированных «идеальных» оценок, q – количество присоединенных неравенств-отсечений, $\rho *$ – максимально допустимое расстояние между решением и «идеальной» оценкой.

Алгоритм модифицированного метода последовательного введения ограничений.

1. Ввести переменную $k = 1$. Ввести переменную $q = 0$. Ввести максимально допустимое расстояние $\rho *$.

2. Определить оптимальные значения каждого критерия. Сформулировать идеальную оценку $f^{*(k)}$, как вектор оптимальных значений критериев.

3. Составить матрицу приоритетов на множестве критериев $\sigma^{(k)} = (\sigma_{ij}^{(k)}), i, j \in N_m$, каждая пара симметричных элементов которой $(\sigma_{ij}^{(k)}) = (\sigma_{ji}^{(k)})$ характеризирует относительную важность i-го критерия в сравнении с j-м. Значение каждой пары элементов этой матрицы выбирается так: (8,1) – при доминирующем преимуществе i-го критерия над j-м; (4,1) – при значительном преимуществе; (2,1) – при “обычном” преимуществе; (1,1) – при равноценности критериев.

4. Рассчитать весовые коэффициенты критериев по формуле: $a_i^k = \dfrac{\sum_{s=1}^{m} \sigma_{is}}{\sum_{r=1}^{m}\sum_{s=1}^{m} \sigma_{rs}}, i \in N_m$.

5. Определить критерии оптимальности: $F = \sum_{i=1}^{k} a_i^k f_i \to \max$.

6. Найти x^k, как решение задачи $Z(F, X)$, где $X = P_{nk}^s(A, H) \cap D$, и его оценку y^k.

7. Если y^k удовлетворяет $f^{*(k)}$, тогда $\rho(y^k, f^{*(k)}) \leq \rho^*$ перейти на шаг 9, иначе – на шаг 8.

8. Сформировать вектор «идеальной» оценки на уточненном множестве альтернатив $f^{*(k)}$ - $(f_1^{*(k)}, ..., f_m^{*(k)})$. Увеличить значение k на 1. Перейти на шаг 3.

9. Если $x^k \in P_{kn}^s(A, H)$ – закончить работу алгоритма, x^k – искомое решение. Иначе перейти на шаг 10.

10.Если $q > 1$, то перейти на шаг 12, иначе – перейти на шаг 11.

11.Ввести $q = q + 1$. Сформировать неравенство-отсечение $\dfrac{x_{i_1}}{\Omega_{i_1}} + \dfrac{x_{i_2}}{\Omega_{i_2}} + ... + \dfrac{x_{i_\gamma}}{\Omega_{i_\gamma}} \geq 1$ в виде уравнения $-\dfrac{x_{i_1}}{\Omega_{i_1}} - \dfrac{x_{i_2}}{\Omega_{i_2}} - ... - \dfrac{x_{i_\gamma}}{\Omega_{i_\gamma}} + x_{n+q} = -1$, введя вспомогательную переменную $x_{n+q} \geq 0$, где $i_1, ..., i_\gamma$ – номера небазисных переменных в последней точке x^*; γ – их количество, а $\Omega_{ij} \forall j \in N_\gamma$ определяется формулой: $\Omega_i = \min\limits_{j:a_{ij}>0} \dfrac{b_i}{a_{ij}} = \dfrac{b_t}{a_{tj}}$. Присоединить уравнение к системе ограничений задачи. Перейти на шаг 5.

12.Если $\Omega_{n+q-1} \neq 0$, перейти к шагу 11. Иначе – в последнем присоединенном к системе уравнении заменить введенную вспомогательную переменную нулем. Перейти на шаг 5 алгоритма.

Таким образом, построен алгоритм модифицированного метода последовательного введения ограничений для решения многокритериальных задач на комбинаторных конфигурациях. Следует отметить, что описанный подход может использоваться не только для множества полиперестановок, но и для других комбинаторных и поликомбинаторных конфигураций.

Выводы

Сравнение с аналогами: вопрос анализа и классификации методов многокритериальной оптимизации является насущным, поэтому в статье рассмотрено и проанализировано методы многокритериальной и комбинаторной оптимизации.

Научная новизна: выполнено постановку многокритериальной задачи на поликомбинаторных конфигурациях с дополнительными линейными ограничениями. Выполнено моделирование прикладных задач векторной задачей на полиперестановках. Построен модифицированный алгоритм решения поставленной многокритериальной задачи на поликомбинаторных конфигурациях.

Перспективы исследования: дальнейшую работу над темой планируется проводить в области исследования свойств поставленной задачи, а также в поиске и сравнительном анализе альтернативных методов ее решения.

Литература: 1. *Сачков В.Н.* Введение в комбинаторные методы дискретной математики. М.: Наука. 1982. 384 с. **2.** *Ємець О.О., Колєчкіна Л.М.* Задачі комбінаторної оптимізації з дробово-лінійними цільовими функціями: Монографія. Київ: Наук. думка, 2005. 113 с. **3.** *Ємець О.О., Роскладка О.В.* Задачі оптимізації на полікомбінаторних множинах: властивості та розв'язування: Монографія. Полтава: РВЦ ПУСКУ, 2006. 129 с. **4.** *Семенова Н.В., Колечкина Л.Н., Нагирна А.Н* Решение и исследование векторных задач комбинаторной оптимизации на множестве полиперестановок // Проблемы управления и информатики. 2008. №6. С.26-41. **5.** *Емеличев В.А., Ковалев М.М., Кравцов М.К.* Многогранники, графы, оптимизация. М.: Наука, 1981. 344 с. **6.** *N.V. Semenova, L.M. Kolechkina, A.M. Nagirna.* Vector combinatorial problems in a space of combinations with linear fractional functions of criteria // Intern. Journal "Information Theories and Applications", 15. 2008. P. 240 - 245. **7.** *Подиновский В.В., Ногин В.Д.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982. 256 с. **8.** *Сергиенко И. В.* Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. Киев: Наук. думка, 1988. 472 с. **9.** *Колечкина Л.Н., Родионова Е.А.*Многокритериальные комбинаторные задачи оптимизации на множестве полиразмещений // Кибернетика и системный анализ. 2008. №2. С.152-160. **10.** *Колєчкіна Л.М., Родіонова О.А.* Постановка задачі багатокритеріальної комбінаторної оптимізації на полі розміщеннях та підхід до розв'язання // Радиоэлектроника и информатика. 2007. №.1. С. 84-88.

Поступила в редколлегию 20.09.2009

Рецензент: д-р физ.-мат. наук Шарифов Ф.А.

Колечкина Людмила Николаевна, докторант Института кибернетики им. Глушкова НАН Украины. Научные интересы: программирование, моделирование систем. Увлечения и хобби: литература. Адрес: Украина, 36034, Полтава, пер. Хорольский, 8, кв. 15, тел. (0532)66-69-15.

Родионова Елена Анатольевна, аспирантка Полтавского университета потребительской кооперации Украины. Научные интересы: многокритериальная комбинаторная оптимизация и моделирование. Увлечения и хобби: литература, рисование, астрономия. Адрес: Украина, 36008, Полтава, ул. Фрунзе, 146, кв. 13; тел.: (0532) 68-71-45.