УДК519.23:621.6.004.94

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ГАЗОТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ

ТЕВЯШЕВ А.Д., ТЕВЯШЕВА О.А., ФРОЛОВ В.А.

Приводится и обосновывается новый класс стохастических моделей квазостационарных неизотермических режимов транспорта и распределения газа в газотранспортных системах, которые учитывают статистическую неопределенность как параметров технологического оборудования, так и состояния окружающей среды, и позволяют более адекватно описывать фактические режимы работы газотранспортных систем.

Введение

В настоящее время накоплен значительный опыт по математическому моделированию и оптимизации режимов транспорта и распределения природного газа в газотранспортных системах (ГТС) [1-3]. Однако решение задачи оптимизации стационарных режимов на заданном интервале времени [0-T] с использованием детерминированных моделей установившегося потокораспределения при точно заданных значениях всех параметров математических моделей технологического оборудования ГТС и точно заданных значениях граничных условий приводит к тому, что получаемые оптимальные решения находятся, как правило, на границе допустимой режимной области. Более того, время существования стационарных режимов работы ГТС практически бесконечно мало по сравнению с заданным интервалом оптимизации [0-T]. На практике это означает, что оптимизация проводится не для интервала времени [0-T], а для некоторого конкретного момента времени $t \in$ [0-T].

Аналогичная ситуация возникает и при использовании детерминированных моделей нестационарного неизотермического течения природного газа в ГТС. Задание начального, априорно неизвестного, состояния параметров газовых потоков и граничных условий в виде детерминированных функций приводит к тому, что решение краевой задачи также получаем в виде «оптимальных» детерминированных функций, однозначно зависящих от априорно неизвестных параметров моделей, заданных начальных и граничных условий. В результате даже незначительные вариации параметров моделей, начальных или граничных условий не только существенно изменяют оптимальное решение, но и зачастую выводят его из допустимой области. Естественно, что такие «оптимальные» решения являются неприемлемыми при оперативно-диспетчерском управлении режимами работы ГТС.

Результаты системного анализа режимов работы ГТС показали, что фактические режимы можно условно разделить на два класса: стохастические квазистационарные и стохастические существенно нестационарные режимы.

Использование для оптимизации фактических режимов работы ГТС математических моделей стационарных и нестационарных режимов работы ГТС позволяет оценить только степень удаленности фактических режимов от расчетных оптимальных режимов, т. е. оценить только *потенциал* оптимизации. Для практической реализации имеющегося в ГТС *потенциала* оптимизации необходимо перейти к более адекватным стохастическим моделям квазистационарных и существенно нестационарных режимов транспорта и распределения целевых продуктов в ГТС на заданном интервале времени [0-T].

Решение проблемы оптимизации фактических режимов работы ГТС связано с разработкой математических моделей, которые более адекватно и в более широком диапазоне описывают фактические режимы работы ГТС.

В данной работе приведена общая стохастическая модель квазистационарного неизотермического режима транспорта и распределения природного газа в ГТС с многониточными линейными участками (ЛУ) и многоцеховыми компрессорными станциями (КС). Эта модель в явном виде учитывает как внутреннюю неопределённость параметров технологических элементов ГТС, так и внешнюю неопределённость параметров процессов потребления природного газа различными категориями потребителей. Показано, что детерминированный эквивалент стохастической модели квазистационарного неизотермического режима транспорта и распределения природного газа в ГТС совпадает с моделью установившегося потокораспределения в ГТС.

1. Детерминированная модель нестационарного неизотермического течения природного газа по участку магистрального трубопровода

В работе [4] представлена детерминированная модель нестационарного неизотермического течения природного газа по участку магистрального трубопровода круглого сечения, которая имеет вид:

$$\frac{\partial p}{\partial t}-\frac{z_2 p}{z_1 T}\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{Rz^2 T}{z_1}\frac{\partial W}{\partial x}=0\,, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t}+\left[1-\frac{z_1 RTW^2}{p^2}\right]\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{2zRTW}{p}\frac{\partial W}{\partial x}+$$
$$+\frac{z_2 RW^2}{p}\frac{\partial T}{\partial x}=-\frac{\lambda zRTW|W|}{2Dp}-\frac{gp}{zRT}\frac{dh}{dx}, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{C_p zRTW}{C_V p}\frac{\partial T}{\partial x}+\frac{z_2 (zRT)^2}{z_1 C_V p}\frac{\partial W}{\partial x}-$$

$$-\frac{zz_2}{C_V}\left(\frac{RT}{p}\right)^2 W\frac{\partial p}{\partial x}=$$

$$=\frac{\lambda|W|^3}{2DC_V}\left(\frac{zRT}{p}\right)^3-\frac{4kzRT}{C_V Dp}(T-T_н), \qquad (3)$$

где x – координата вдоль оси трубопровода (м); t – время (с); p(x,t) – давление (Па); T(x,t) – абсолютная температура (К); D – диаметр трубопровода (м); W(x,t) – массовый расход, отнесенный к площади поперечного сечения трубопровода (кг/(м^2•с)); g – ускорение свободного падения (м/с^2); h(x) – высота оси трубопровода (м); l – коэффициент гидравлического сопротивления; k – коэффициент теплопередачи (Вт/(м^2•К)), $T_н$ – температура окружающей среды (К); R – газовая постоянная (Дж/(кг•К)), z(p,T) – коэффициент сжимаемости газа; Cp(p,T) и Cv(p,T) – удельная теплоемкость газа при постоянном давлении и постоянном объеме соответственно (Дж/(кг•К)):

$$C_v=C_p-\frac{z_2^2}{z_1}R\,;\ \left(\frac{\partial C_p}{\partial p}\right)_T=-\frac{RT}{p}\left(\frac{\partial z_2}{\partial T}\right)_p; \qquad (4)$$

$$z_1=z-p\left(\frac{\partial z}{\partial p}\right)_T;\ z_2=z+T\left(\frac{\partial z}{\partial T}\right)_p. \qquad (5)$$

Вещественные функции $W(x,t)$, $p(x,t)$, $T(x,t)$ непрерывны в области изменения переменных x и t:

$$0\le x\le L_{max},\ 0\le t_{min}\le t\le t_{max}<\infty .$$

Если предположить, что параметры l и k являются константами, тогда система дифференциальных уравнений в частных производных (1) – (3) вместе с отношениями (4) – (5) является замкнутой относительно давления p, удельного массового расхода W, температуры T и полностью описывает нестационарное неизотермическое течение газа в недеформируемом трубопроводе постоянного сечения. Система уравнений (1) – (3) является системой гиперболического типа во всей области изменения переменных x и t, где существует ее решение W(x,t), p(x,t), T(x,t).

Для определения нестационарного неизотермического режима транспорта природного газа по участку трубопровода необходимо найти решение системы уравнений (1) – (3) в области $0\le x\le L$, $t\ge 0$. Для разрешимости системы уравнений (1) – (3) она должна быть дополнена начальными и граничными условиями, определяющими начальное состояние параметров газовых потоков по пространственной переменной x в момент времени t = 0 на интервале (0, L):

$$p(x,0)=p^0(x),\ W(x,0)=W^0(x). \qquad (6)$$

Для дозвуковых режимов течения, которые являются типичными режимами для ГТС, при W > 0 должно быть задано два граничных условия при x = 0 и одно при x°= L:

$$p(x,t)=p(0,t),\ T(x,t)=T(0,t),\ W(x,t)=W(L,t). \quad (7)$$

Если параметры λ и k являются константами, а функции (6) и (7) детерминированными, то краевая задача (1) – (3) при условиях (6) - (7) является *детерминированной моделью* нестационарного неизотермического режима транспорта природного газа по участку трубопровода, а решение краевой задачи (1) – (3) при условиях (6) - (7) определяет *нестационарный неизотермический режим* транспорта природного газа по участку трубопровода.

2.Стохастическая модель квазистационарного неизотермического течения природного газа по участку трубопровода

В реальных условиях эксплуатации ГТС параметры участков трубопроводов l и k известны только приближённо и должны косвенно оцениваться по экспериментальным данным при выборках конечной длины. Известно [5], что любая оценка, полученная по экспериментальным данным конечной длины, является случайной величиной. Поэтому параметры участков трубопроводов l и k необходимо рассматривать как случайные величины, т. е. $\lambda=\lambda(\omega), k=k(\omega)$, где $\omega\in\Omega$, (Ω, B, P) – вероятностное пространство, на котором определен поток σ-алгебр $\{B_t, t\in[0,T]\}$, т.е. семейство σ-алгебр $B_t\subset B$, для которых из того, что $t<t_1$, следует $B_t\subset B$; Ω – пространство элементарных событий; B – σ-алгебра событий из Ω; P – вероятностная мера на B.

Подставляя в систему дифференциальных уравнений в частных производных (1) – (3) случайные параметры $\lambda=\lambda(\omega)$, $k=k(\omega)$, получаем стохастическую модель квазистационарного неизотермического течения природного газа по участку трубопровода, которая принимает вид:

$$\frac{\partial p}{\partial t}-\frac{z_2 p}{z_1 T}\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{Rz^2T}{z_1}\frac{\partial W}{\partial x}=0, \qquad (8)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t}+\left[1-\frac{z_1RTW^2}{p^2}\right]\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{2zRTW}{p}\frac{\partial W}{\partial x}+$$
$$+\frac{z_2RW^2}{p}\frac{\partial T}{\partial x}=-\frac{\lambda(\omega)zRTW|W|}{2Dp}-\frac{gp}{zRT}\frac{dh}{dx}, \qquad (9)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{C_p zRTW}{C_V p}\frac{\partial T}{\partial x}+\frac{z_2(zRT)^2}{z_1C_V p}\frac{\partial W}{\partial x}-$$
$$-\frac{zz_2}{C_V}\left(\frac{RT}{p}\right)^2W\frac{\partial p}{\partial x}=$$
$$=\frac{\lambda(\omega)|W|^3}{2DC_V}\left(\frac{zRT}{p}\right)^3-\frac{4k(\omega)zRT}{C_V Dp}(T-T_н). \qquad (10)$$

Для построения стохастической модели квазистационарного неизотермического режима транспорта газа по участку трубопровода математическая модель (8) – (10) должна быть дополнена начальными и граничными условиями, которые наиболее адекватно описывают поведение внешней среды.

На вербальном уровне квазистационарные режимы характеризуется тем, что параметры газовых потоков изменяются как по пространственной, так и по временной переменным определённым образом относительно своих средних значений и либо не имеют трендов, либо имеют полигармонические тренды, периоды которых равны или кратны заданному интервалу времени [0-T]. Таким образом, к квазистационарным режимам транспорта и распределения природного газа в ГТС относятся все нестационарные режимы, порождённые естественной нестационарностью основных возмущающих факторов - процессов потребления природного газа различными категориями потребителей в ГТС.

Известно [5], что процессы потребления природного газа являются нестационарными случайными процессами, содержащими полиномиальные, полигармонические и стохастические тренды и имеют сложную корреляционную функцию, определяемую комплексным влиянием на них трёх основных групп факторов - хронологических, метеорологических и организационных. Более того, известно [6], что при возмущении любой системы случайными процессами процессы, протекающие в самой системе, также являются случайными. Поэтому при постановке краевой задачи для системы уравнений (8)–(10) начальные условия необходимо задавать в виде случайных функций:

$$p(x,0)=p^0(x,\omega)\,,\ T(x,0)=T^0(x,\omega)\,,$$
$$W(x,0)=W^0(x,\omega)\,. \qquad (11)$$

Граничные условия следует задавать также в виде случайных функций:

$$p(x,t)=p\ \ (0,t,\omega)\,,\ T(x,t)=T\ \ (0,t,\omega)\,,$$

$$W(x,t)=W\ \ (L,t,\omega)\,, \qquad (12)$$

причем

$$W\ \ (L,t,\omega)=w(L,t)+N(L,t,\omega)\,, \qquad (13)$$

где $w(L,t)$ – детерминированная функция тренда случайного процесса $W\ \ (L,t,\omega)$; $N(L,t,\omega)$ – цветной шум.

Если $W\ \ (L,t,\omega)$ не имеют трендов, т. е. если $\forall t\in[0,T]$, $w(L,t)$ =const, либо имеют полигармонические тренды, периоды которых равны или кратны заданному интервалу времени [0-T], то семейство решений стохастической краевой задачи (8)–(10) при условиях (11)-(13) для каждого фиксированного значения $\omega\in\Omega$ определяет *квазистационарный неизотермический режим* транспорта природного газа по участку трубопровода.

Если $\forall t\in[0,T]$, $w(L,t)\neq$ const, то семейство решений стохастической краевой задачи (8) – (10) при условиях (11) - (13) определяет *существенно нестационарный неизотермический режим* транспорта природного газа по участку трубопровода.

Использование стохастической модели квазистационарного неизотермического режима транспорта природного газа по участку трубопровода в виде краевой задачи (8)–(10) при условиях (11)-(13) позволяет получить для каждого фиксированного значения $\omega\in\Omega$ всё семейство траекторий случайных функций изменения параметров газовых потоков на участке трубопровода на интервале времени [0-T].

При решении практических задач моделирования и оптимизации фактических режимов работы ГТС достаточным оказывается знание не всего семейства траекторий случайных функций изменения параметров газовых потоков на участке трубопровода, а только границ, в которых эти траектории находятся. Это позволяет существенно упростить стохастическую модель квазистационарного неизотермического режима транспорта природного газа по участку трубопровода. Для построения такой модели вновь воспользуемся детерминированной моделью стационарного неизотермического течения газа по участку трубопровода.

Стационарное течение газа в трубопроводе постоянного круглого сечения при постоянном удельном массовом расходе w описывается системой двух обыкновенных дифференциальных уравнений относительно неизвестных функций давления p(x) и абсолютной температуры t(x), получаемых из системы (1)–(3) при условии, что W(x,t)=const, $\forall t\in[0,T]$ и $\forall x\in[0,L]$:

$$\left[1-\frac{z_1RTW^2}{p^2}\right]\frac{dp}{dx}+\frac{z_2RW^2}{p}\frac{dT}{dx}=$$
$$=-\frac{\lambda zRTW|W|}{2Dp}-\frac{gp}{zRT}\frac{dh}{dx}, \qquad (14)$$

$$\frac{dT}{dx}-\frac{z_2RT}{C_pp}\frac{dp}{dx}=$$
$$=\frac{\lambda W|W|}{2DC_p}\left(\frac{zRT}{p}\right)^2-\frac{4k}{DWC_p}(T-T_н). \qquad (15)$$

Здесь z(p,T) – так называемый коэффициент сжимаемости в термическом уравнении состояния:

$$p=z(p,T)RT\rho\,, \qquad (16)$$

где с – плотность газа (кг/м^3).

Как и ранее, для замыкания системы уравнений (14)–(15) относительно неизвестных функций p(x) и T(x) вместе с термическим уравнением состояния (16) в качестве второго термодинамического соотношения достаточно задать функцию C_p=C_p(p,T), совместную с z(p,T) [1].

Предположим, что газ является физически однородным и описывается уравнениями состояния, которые удовлетворяют условиям устойчивости равновесных термодинамических систем. Из этих условий, в частности, следует, что должны выполняться условия $z_1(p,T)>0$, $z_2(p,T)>0$ [1].

Система уравнений (14) - (16) обладает достаточной общностью и описывает широкий класс стационарных режимов течения газа в недеформируемом трубопроводе круглого постоянного сечения.

После ряда упрощающих преобразований [1] систему (14) - (16) можно представить в виде [1]:

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{\lambda zRTW|W|}{2Dp} - \frac{gp}{zRT}\frac{dh}{dx}; \tag{17}$$

$$\frac{dT}{dx} - \mu\frac{dp}{dx} = -\frac{4k}{DWC_p}(T - T_н) - \frac{g}{C_p}\frac{dh}{dx}; \tag{18}$$

где $V = 1/\rho$ – удельный объем; $\mu(p,T)$ – коэффициент Джоуля-Томсона:

$$\mu(p,T) = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{энтальпия} = \\ = \frac{1}{C_p}\left[T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V\right] = \frac{RT^2}{pC_p}\left(\frac{\partial z}{\partial T}\right)_p. \tag{19}$$

Если рассматривать горизонтальный участок трубопровода ($h(x) = const$), а параметры λ и k считать постоянными величинами, то в этом случае система уравнений (17) – (18) принимает вид:

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{\lambda zRTW|W|}{2Dp}; \tag{20}$$

$$\frac{dT}{dx} = \mu\frac{dp}{dx} - \frac{4k}{DWC_p}(T - T_н). \tag{21}$$

Модель (20) - (21) может быть использована для формальной постановки задачи Коши: требуется найти непрерывные (вместе с производными) функции $p(x)$ и $T(x)$, удовлетворяющие системе обыкновенных дифференциальных уравнений (20) - (21) для $x \in [0, L]$ и начальным условиям $p(0)=p_0$, $T(0)=T_0$. Задача Коши для системы (20) – (21) имеет аналитическое решение [1]:

$$p^2(x) = p_0^2 - \frac{a}{b}(T_0 - T_{гр})(1 - e^{-bx}) - aT_{гр}x, \tag{22}$$

$$T(x) = (T_0 - T_{гр})e^{-bx} + T_{гр}, \tag{23}$$

где $a = \dfrac{\lambda zRW|W|}{d}$, $b = \dfrac{4k}{C_p dW}$.

При практических расчетах режимов работы газопроводов пользуются коммерческим расходом газа q (млн м^3 / сут.), который определяется как объемный расход W, приведенный к стандартным условиям (P_c =0,1013 МПа, T_c =293,15 К):

$$q = \frac{WS}{\rho_c}. \tag{24}$$

Выразив объемный расход W через коммерческий расход q, после элементарных преобразований системы (22) - (23) при упрощающих допущениях получим формулы, приведенные в ОНТП 51-1-85 [4] для участка трубопровода без учета рельефа трассы газопровода (для газопровода, на котором отсутствуют точки с разницей вертикальных отметок более 100м):

$$P_н^2 - P_к^2 = q^2 \cdot \frac{\Delta \cdot \lambda \cdot Z_{ср} \cdot T_{ср} \cdot L}{105{,}087^2 \cdot d^5}, \tag{25}$$

где $Z_{ср}$ – средний на участке коэффициент сжимаемости газа, который определяется при средних на участке значениях давления $P_{ср}$ (МПа) и температуры газа $T_{ср}$ (К):

$$P_{ср} = \frac{2}{3}\cdot\left(P_н + \frac{P_к^2}{P_н + P_к}\right), \tag{26}$$

$$T_{ср} = T_{гр} + \frac{T_н - T_{гр}}{aL}\cdot e^{-aL} - \\ - Di \cdot \frac{P_н^2 - P_к^2}{2\cdot a\cdot L\cdot P_{ср}}\cdot\left(1 - \frac{1 - e^{-aL}}{aL}\right), \tag{27}$$

$$a = 0{,}225\cdot 10^6 \cdot \frac{K_{ср}\cdot D}{q\cdot\Delta\cdot C_p\cdot 10^6}. \tag{28}$$

Здесь $P_н, P_к$ – давление газа в начале и в конце участка газопровода, МПа; $T_н$, $T_к$ – температура газа в начале и в конце участка газопровода, К; $T_{гр}$ – температура окружающей среды, К; D – внешний диаметр газопровода.

Выражение для расчета температуры газа в конце горизонтального участка трубопровода при стационарном течении газа имеет следующий вид:

$$T_к = T_{гр} + (T_н - T_{гр})e^{-aL} - Di\cdot\frac{P_н^2 - P_к^2}{2\cdot a\cdot L\cdot P_{ср}}\cdot\left(1 - e^{-aL}\right). \tag{29}$$

Если влиянием коэффициента Джоуля-Томпсона пренебрегают, то температуру газа в точке x участка трубопровода находят по формуле В. Г. Шухова:

$$T_к = T_{гр} + (T_н - T_{гр})e^{-aL}, \tag{30}$$

а среднее значение температуры $T_{ср}$ – по следующей формуле:

$$T_{ср} = T_{гр} + \frac{T_н - T_{гр}}{aL}\cdot e^{-aL}.$$

Обозначим $\beta = \dfrac{\Delta \cdot \lambda \cdot Z_{cp} \cdot T_{cp} \cdot L}{105{,}087^2 \cdot d^5}$, тогда вместо уравнения (25) можем записать

$$P_н^2 - P_к^2 = \beta q^2. \qquad (31)$$

Уравнение (31) наиболее четко показывает функциональную связь между значениями давления в начале и в конце трубопровода с расходом по нему, причем β имеет смысл гидравлического сопротивления участка трубопровода.

Будем предполагать, что в модели (31) все переменные и параметры являются случайными величинами, т.е. $\beta = \beta(\omega)$, $q = q(\omega)$, $P_н = P_н(\omega)$, $P_к = P_к(\omega)$, причём коммерческий расход газа $q(\omega)$ имеет нормальное распределение $q(\omega) = N(\bar{q}, \sigma_q^2)$, где $\bar{q}$ – математическое ожидание, а σ_q^2 – дисперсия расхода на интервале времени $[0,T]$. В этом случае стохастическую модель квазистационарного неизотермического режима транспорта природного газа по участку трубопровода можно представить в виде:

$$\underset{\omega}{M}\left\{ P_н^2(\omega) - P_к^2(\omega) - \beta(\omega) q^2(\omega) \right\} = 0, \qquad (32)$$

$$\begin{aligned} &\underset{\omega}{M}\{ T_к(\omega) - T_{гр}(\omega) + \\ &+ (T_н(\omega) - T_{гр}(\omega)) e^{-a(\omega)L} \} = 0. \end{aligned} \qquad (33)$$

3. Детерминированная модель неизотермического режима компримирования природного газа газоперекачивающими агрегатами

Газоперекачивающие агрегаты (ГПА), устанавливаемые на КС, состоят из двух функциональных узлов: силового привода и нагнетателя (компрессора перекачиваемого газа). По принципу работы нагнетатели делятся на поршневые (газомоторные) и центробежные. Поршневые нагнетатели обладают небольшой производительностью и используются, главным образом, на газопроводах небольшой мощности. Центробежные нагнетатели, уступая поршневым в степени сжатия, значительно превосходят их по производительности.

Силовым приводом к нагнетателю служит газотурбинная установка или электропривод. В дальнейшем, говоря о ГПА, будем иметь в виду ГПА с центробежным нагнетателем (ЦБН) и газотурбинным приводом, т.е. с газотурбинной установкой (ГТУ).

Детерминированная модель ЦБН ГПА основана на предположении о стационарности процесса компримирования газа в любой момент времени вне зависимости от режима движения газа в прилегающих участках МГ. Подобное предположение возможно ввиду незначительной инерционности процесса компримирования газа по сравнению с процессом его движения по трубопроводным участкам МГ [3]. Это позволяет представить математическую модель процесса компримирования газа в ЦБН в виде системы алгебраических уравнений, определяющих основные газодинамические характеристики ЦБН, к которым относятся:

степень сжатия газа ε:

$$\varepsilon = P_k / P_н = \varepsilon\left(Q_{пр}, (n/n_0)_{пр}\right), \qquad (34)$$

квадрат степени сжатия газа:

$$\varepsilon^2 = {P_k}^2 / {P_н}^2 = \varepsilon^2\left(Q_{пр}, (n/n_0)_{пр}\right), \qquad (35)$$

как функции от приведенного числа оборотов (n/n0)пр (-), где n, n0 (об/мин) – фактическое и номинальное число оборотов вала ЦБН и от приведенной объемной производительности Qпр (м^3/мин):

$$Q_{пр} = (n_0/n) \cdot Q_v, \qquad (36)$$

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр} = \frac{n}{n_0}\sqrt{\frac{Z_{пр} R_{пр} T_{пр}}{Z_н R_н T_н}}, \qquad (37)$$

где $Z_{пр}, R_{пр}, T_{пр}$ – приведенные значения параметров природного газа на входе ЦБН – коэффициента сжимаемости, газовой постоянной и температуры; $Z_н, R_н, T_н$ – фактические параметры газа на входе ЦБН; Q_v – объемная производительность ЦБН, м^3/мин.

В настоящее время зависимости (34) и (35) при $(n/n_0)_{пр}=1$ представляют в виде многочленов второй степени:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon\left(Q_{пр}, 1\right) = a_0 + b_0 Q_{пр} + c_0 Q_{пр}^2, \qquad (38)$$

$$\varepsilon_0^2 = \varepsilon^2\left(Q_{пр}, 1\right) = a_1 + b_1 Q_{пр} + c_1 Q_{пр}^2. \qquad (39)$$

Кроме того, в модель ЦБН входят следующие зависимости:

– политропический коэффициент полезного действия $\eta_{пол}$ (доли единицы):

$$\eta_{пол}\left(Q_{пр}\right) = d_0 + d_1 Q_{пр} + d_2 Q_{пр}^2 + d_3 Q_{пр}^3; \qquad (40)$$

– внутренняя приведенная мощность N (-):

$$\left[\frac{N}{\gamma}\right]_{пр} = \nu\left(Q_{пр}\right) = c_0 + c_1 Q_{пр} + c_2 Q_{пр}^2 + c_3 Q_{пр}^3. \qquad (41)$$

Приближенная зависимость степени сжатия $\varepsilon^2\left(Q_{пр}, (n/n_0)_{пр}\right)$ от фактического числа оборотов и физических параметров газа имеет вид [3]:

$$\varepsilon^2\left(Q_{пр}, \left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр}\right) = a_2 + b_2 Q_{пр} + c_2 Q_{пр}^2. \qquad (42)$$

Коммерческий расход газа через ЦБН q (тыс.м^3/ч) связан с объемной производительностью ЦБН Q_V соотношением

$$Q_V = q\gamma_0 / 1440\gamma\ , \qquad (43)$$

где $\gamma_0, \gamma_н$ – удельный вес газа в нормальных условиях и в условиях всасывания

$$\gamma_н = P_н / Z_н R_н T_н\ . \qquad (44)$$

Используя (43) и (44), находим

$$Q_{пр} = \frac{n_0}{n}\gamma_0 \frac{Z_н R_н T_н}{1440}\frac{q}{P_н}\ . \qquad (45)$$

Подставляя (45) в (42) и учитывая, что $\varepsilon^2 = \frac{P_к^2}{P_н^2}$, получаем зависимость между давлением на входе и выходе нагнетателя и его коммерческой производительностью:

$$\tilde{a}P_н^2 - P_к^2 + \tilde{b}P_н q - \tilde{c}q^2 = 0\ , \qquad (46)$$

где

$$\tilde{a} = a_2\ , \qquad (47)$$

$$\tilde{b} = b_2 \frac{n_0}{n}\frac{\gamma_0 Z_н R_н T_н}{1440}\ , \qquad (48)$$

$$\tilde{c} = c_2 \left(\frac{n_0}{n}\frac{\gamma_0 Z_н R_н T_н}{1440}\right)^2 . \qquad (49)$$

Важной характеристикой течения газа в нагнетателе является также температура. Абсолютная температура на выходе нагнетателя $T_к$ определяется через температуру на его входе $T_н$:

$$T_к = T_н \varepsilon^{\frac{m-1}{m}}\ . \qquad (50)$$

4. Стохастическая модель неизотермического режима компримирования природного газа газоперекачивающими агрегатами

Учитывая, что основным возмущающим фактором режима работы ГПА является случайный характер расхода газа через ЦБН, стохастическую модель неизотермического режима компримирования природного газа в ЦБН можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \underset{\omega}{M}\{\ &\tilde{a}(\omega)P_н^2(\omega) - P_к^2(\omega) + \\ &+ \tilde{b}(\omega)P_н(\omega)q(\omega) - \tilde{c}(\omega)q^2(\omega)\ \} = 0\ , \end{aligned} \qquad (51)$$

$$\underset{\omega}{M}\{\ T_к(\omega) - T_н(\omega)\varepsilon(\omega)^{\frac{m-1}{m}}\ \} = 0\ . \qquad (52)$$

5. Стохастическая модель квазистационарного режима транспорта и распределения природного газа в ГТС

Для построения общей стохастической модели квазистационарного неизотермического режима транспорта и распределения природного газа в ГТС с многониточными ЛУ и многоцеховыми КС будем использовать полученные стохастические модели квазистационарного режима транспорта природного газа по участку трубопровода и стохастическую модель режима работы ГПА.

В качестве модели структуры ГТС будем использовать ориентированный связный граф $G(V, M)$ [2], который дополнен нулевой вершиной и фиктивными дугами, соединяющими эту вершину со всеми входами и выходами ГТС, где V – множество вершин, M – множество дуг графа.

Входы ГТС – все ее узловые вершины, через которые газ поступает в систему. Выходы – все узловые вершины, через которые осуществляется отбор газа.

Стохастическую модель квазистационарного неизотермического режима транспорта и распределения природного газа в ГТС представим в виде:

$$\underset{\omega}{M}\{\ \sum_{i \in G_j^+} q_i(\omega) - \sum_{i \in G_j^-} q_i(\omega)\ \} = 0\ ,\ j \in V\ , \qquad (53)$$

$$\begin{aligned} \underset{\omega}{M}\{\ &P_н^2(\omega) - P_к^2(\omega) - \\ &- \beta(\omega)q^2(\omega)\ \} = 0\ , \quad i \in M_p , \end{aligned} \qquad (54)$$

$$\begin{aligned} \underset{\omega}{M}\{&\tilde{a}(\omega)P_н^2(\omega) - P_k^2(\omega) + \\ &+ \tilde{b}(\omega)P_н(\omega)q(\omega) - \tilde{c}(\omega)q^2(\omega)\} = 0, \quad i \in M_a , \end{aligned} \qquad (55)$$

$$\begin{aligned} \underset{\omega}{M}\{\ &T_к(\omega) - T_{гр}(\omega) + \\ &+ (T_н(\omega) - T_{гр}(\omega))e^{-a(\omega)L}\ \} = 0, \quad i \in M_p , \end{aligned} \qquad (56)$$

$$\underset{\omega}{M}\{\ T_к(\omega) - T_н(\omega)\varepsilon(\omega)^{\frac{m-1}{m}}\ \} = 0\ ,\ i \in M_a\ , \qquad (57)$$

$$\begin{aligned} \underset{\omega}{M}\{\ &T_j(\omega)\sum_{i \in G_j^+} q_i(\omega) - \\ &- \sum_{i \in G_j^-} q_i(\omega)T_{iк}(\omega)\ \} = 0, \quad j \in V, \end{aligned} \qquad (58)$$

где V – множество индексов узлов сети; $i \in M_a$ – множество индексов дуг графа сети с активными элементами-ГПА; $i \in M_a$ – с пассивными элементами (участками трубопроводов); $M_a \cup M_p = M$ – множество индексов реальных дуг графа сети; G_j^+ – множество индексов дуг графа сети, по которым газ поступает в j-й узел; G_j^- – множество индексов дуг графа сети, по которым газ отбирается из j-го узла.

Система уравнений (52) - (58)определяет класс стохастических моделей квазистационарного неизотермического режима транспорта и распределения природного газа в ГТС. Для задания конкретной модели в данном классе необходимо задать значения математического ожидания и дисперсии значений температуры газа на всех входах системы и количество оборотов на каждом ГПА. Кроме того, в зависимости от решаемой задачи, на каждом входе и выходе системы необходимо задать значения математического ожидания и дисперсии давления (в узле) или расхода (в соответствующей фиктивной дуге).

Выводы

Приведен и обоснован новый класс стохастических моделей квазистационарных неизотермических режимов транспорта и распределения газа в газотранспортных системах, которые учитывают статистическую неопределенность как параметров технологического оборудования, так и состояния окружающей среды, и позволяют более адекватно описывать фактические режимы работы газотранспортных систем. Предложенный класс моделей является основой при постановке и решении многокритериальных задач оптимизации фактических режимов работы ГТС в условиях риска и неопределённости.

Литература: 1. Трубопроводные системы энергетики: математическое моделирование и оптимизация / Н.Н. Новицкий, М.Г. Сухарев, А.Д. Тевяшев и др. Новосибирск: Наука, 2010. 419 с. **2.** *Смирнова В.С., Тевяшев А.Д.* Исследование свойств решения задачи Коши для системы уравнений стационарного течения газа в трубопроводе //Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления. 2009. №863. С. 245-251. **3.** *Тевяшев А.Д., Смирнова В.С.* Математическое моделирование нестационарного неизотермического течения газа по участку газопровода // Радиоэлектроника и информатика. 2008. №2. С.21-27. **4.** *Магистральные трубопроводы.* Часть 1. Газопроводы: ОНТП-51-1-84. Киев, Госстандарт Украины, 1999. 95 с. (Отраслевые нормы технологического проектирования). **5.** *Тевяшев А. Д., Тевяшева О. А., Смирнова В. С., Фролов В. А.* Об одной стратегии оптимизации режимов работы газотранспортных систем // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2010. №15. С. 94-98.

Поступила в редколлегию 08.08.2011

Тевяшев Андрей Дмитриевич, академик УНГА, д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: стохастические модели и методы принятия решений в условиях риска и неопределённости. Увлечения и хобби: теннис, горные лыжи. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-14-36, e-mail: tad45@mail.ru.

Тевяшева Ольга Андреевна, канд. техн. наук, начальник отдела Института транспорта газа. Научные интересы: оптимальное управление инженерными сетями. Увлечения: театр, музыка. Адрес: Украина, 61004, Харьков, ул. Маршала Конева, 16, тел. (057) 730-57-87, e-mail: tevyasheva@itransgaz.com.

Фролов Вадим Анатольевич, главный инженер ОДУ ДК «Укртрансгаз». Научные интересы: системы управления, математическое моделирование, теория оптимальных решений. Увлечения и хобби: футбол, путешествия. Адрес: Украина, 01021, Киев, Кловский спуск, 9/1, тел. (044) 461-21-22, e-mail: vfrolov.utg@naftogaz.net.

УДК 622.76.001.4