

## ВЫБОР МОДЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ СКОРОСТИ ЗВУКА ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО ЛИНЕЙНОГО ФИЛЬТРА СИСТЕМ РАДИОАКУСТИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ

### Введение

Одна из важнейших задач измерительных радиосистем, называемая задачей фильтрации, состоит в том, чтобы наилучшим образом извлечь информацию об изучаемом процессе из последовательности измерений некоторых его характеристик, проведенных с определенными погрешностями.

Большинство систем радиоакустического зондирования (РАЗ) атмосферы предназначены для измерения температуры воздуха, которая функционально связана со скоростью звука  $\hat{c}_{\text{зв}}$  в среде [1]. Изучаемым процессом в таких системах является, как правило, профиль скорости звука – процесс изменения скорости звука в атмосфере в зависимости от высоты. Особенность этого процесса – значительное разнообразие в зависимости от состояния атмосферы. Информация о скорости звука в системах РАЗ извлекается из радиосигнала, отраженного от акустической посылки, посредством первичной обработки в многоканальном корреляционном устройстве с последующей коррекцией выходных значений. В качестве опорных сигналов корреляторов используются сигналы, сформированные с использованием функции рассеяния [2]. Получаемая таким образом оценка значения скорости звука характеризуется некоторой погрешностью.

В статье рассматривается возможность применения методов оптимальной линейной фильтрации в системах РАЗ атмосферы с учетом особенностей оцениваемого процесса. Применение фильтрации позволит уменьшить количество повторных зондирований для достижения необходимой точности получаемых оценок и повысить оперативность получения вертикальных профилей искомых атмосферных параметров.

### Модели изменяющихся оцениваемых параметров

Для реализации алгоритма линейной оптимальной фильтрации необходимо выбрать модель информационного процесса, которая будет соответствовать реальным изменениям наблюдаемого параметра во времени. Имея адекватную модель процесса, можно предсказывать с определенной точностью поведение реального процесса, что позволит более точно восстанавливать зашумленный наблюдаемый сигнал.

Модели изменения информационных параметров подразделяются на детерминированные и случайные, или стохастические. Детерминированными считаются такие модели, система уравнений которых не имеет случайных составляющих, и поэтому каждые будущие значения процесса определяются однозначно при решении системы. Так, например, модель, которая описывается системой линейных уравнений (1), является детерминированной моделью изменения некоторого векторного параметра  $\vec{\alpha} = \|\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3\|$ , где  $\alpha_1$  – скалярный оцениваемый параметр,  $\alpha_2$  – первая производная оцениваемого параметра,  $\alpha_3$  – вторая производная оцениваемого параметра. Модель, описываемая системой уравнений (1) [3], позволяет сформировать траектории линейного ( $\alpha_3 = 0$ ) и равноускоренного ( $\alpha_3 \neq 0$ ) изменения параметра, поэтому такая модель адекватно характеризует, например процесс изменения дальности до цели, движущейся линейно или равноускоренно:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{1(k+1)} &= \alpha_{1(k)} + \alpha_{2(k)}T + \alpha_{3(k)}T^2/2 \\ \alpha_{2(k+1)} &= \alpha_{2(k)} + \alpha_{3(k)}T \\ \alpha_{3(k+1)} &= \alpha_{3(k)} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где  $T$  – время предсказания следующего значения параметра.

Стохастическими моделями считаются модели, описываемые уравнениями, в которые входят случайные величины, и поэтому будущие значения процесса определяются с некоторой вероятностью. Например, модель изменения некоторого параметра, описываемая линейным уравнением  $\alpha_{k+1} = c\alpha_k + \mu_k$  (2), является стохастической, т.к. в уравнение входит случайная величина  $\mu_k$ , вероятностное распределение которой определяет вероятности появления значений описываемого параметра  $\alpha$ .

Модель (2) называется моделью с независимыми первыми приращениями, где независимыми первыми приращениями являются значения  $\mu_{(k)}$ , характеризующие скорость изменения параметра, среднюю за время между отсчетами [4]. Для модели (2) возможные реализации изменения некоторого параметра  $\alpha$  показаны на рис.1.

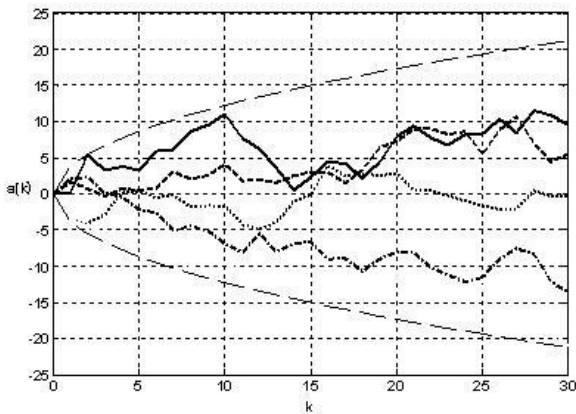


Рис. 1. Возможные реализации процесса, полученного с использованием модели (2)

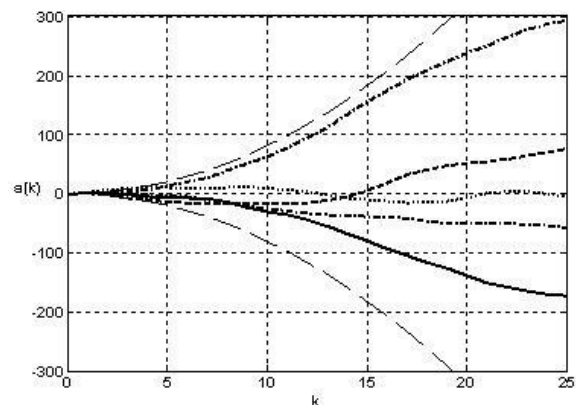


Рис. 2. Возможные реализации процесса, полученного с использованием модели (3)

Штриховой линией на рис.1 отмечены границы области, охватывающей возможные значения параметра  $\alpha_k$  с вероятностью 0,8. Из рис.1 видно, что представленные реализации имеют разнообразный, преимущественно скачкообразный характер. Следовательно, если необходимо предсказывать поведение сильно маневрирующего объекта, то пользоваться для этого целесообразно моделью (2).

Еще один пример случайной модели изменения параметра – модель, которая описывается системой уравнений (3)

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{1(k+1)} &= c\alpha_{1(k)} + \alpha_{2(k)} \\ \alpha_{2(k+1)} &= \alpha_{2(k)} + \mu_k \end{aligned} \right\}, \text{ или в матричном виде } \alpha_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{1k} \\ \alpha_{2k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mu_{1k} \end{bmatrix} = B \alpha_k + \vec{\mu}_k, \quad (3)$$

где  $\vec{\alpha}_k = \|\alpha_{1k} \alpha_{2k}\|^T$  – векторный параметр, состоящий из некоторого скалярного параметра  $\alpha_{1k}$  и скорости изменения этого параметра  $\alpha_{2k}$ ;  $\vec{\mu}_k$  – вектор случайного маневра.

Модель (3) называется моделью с независимыми вторыми приращениями. Независимыми вторыми приращениями здесь являются значения  $\mu_{(k)}$ , которые характеризуют ускорение изменения параметра. Для модели (3) возможные реализации последовательности  $\alpha_1$  показаны на рис. 2. Штриховой линией отмечены границы области, охватывающей возможные значения параметра  $\alpha_{1k}$  с вероятностью 0,8. Из рисунка видно, что представленные реализации процесса, в отличие от модели (2), имеют более монотонный характер.

При изменении дисперсии величины  $\mu_k$  будет изменяться изрезанность реализаций, полученных с помощью моделей (2) и (3). Подбирая дисперсию случайной величины  $\mu_k$ , можно добиваться большего сходства характеристик процесса, полученного моделированием, и реального.

Имея некоторый набор стохастических моделей, описывающих изменения параметра, и выбирая из них наиболее подходящую модель для каждого конкретного типа реального случайного процесса, можно с заданной точностью осуществлять предсказание поведения наблюдаемого процесса.

В системах РАЗ атмосферы информационный процесс, который необходимо оценить – это процесс изменения скорости звука в зависимости от высоты. Наблюдаемые процессы изменения скорости звука в силу турбулентных процессов, происходящих в атмосфере, являются случайными процессами. Следовательно, для линейной обработки информации, полученной с помощью радиоакустических систем, целесообразно пользоваться стохастическими моделями. В зависимости от состояния атмосферы следует выбирать, например, модель (2) или (3), либо использовать какую-то другую стохастическую модель.

### Уравнения линейной фильтрации оценок скорости звука в системах РАЗ

Идея оптимальной линейной фильтрации результатов измерений в системах РАЗ состоит в последовательном сглаживании оценок вектора состояния  $\hat{c}_{sy}$  на текущем шаге измерения с использованием прогнозируемой на текущий шаг оценки  $\hat{c}_{s0}$ , где правило прогнозирования определяется выбранной моделью изменения оцениваемого параметра.

Общие уравнения, в соответствии с которыми производится линейная фильтрация в системах РАЗ, имеют вид

$$\begin{aligned} \hat{c}_{s(k+1)} &= B_k \hat{c}_{s(k)} + C_{k+1}^{-1} H_{k+1}^T C_{\theta(k+1)} (\hat{\theta}_{sy(k+1)} - \hat{\theta}_{s0(k+1)}), \\ C_{k+1} &= C_{0(k+1)} + H_{k+1}^T C_{\theta(k+1)} H_{k+1} = (B_k C_k^{-1} B_k^T + Q_k)^{-1} + C'_{y(k+1)}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\hat{c}_{s(k+1)}$  – результирующая оценка вектора состояния;  $B_k$  – матрица перехода, характеризующая закон, в соответствии с которым определяется прогнозируемая оценка;  $Q_k$  – корреляционная матрица маневра цели;  $\hat{\theta}_{s0(k+1)} = H_{k+1} B_k \hat{c}_{s(k)}$  – прогнозируемое значение вектора наблюдаемых параметров;  $\hat{\theta}_{sy(k+1)}$  – оценка вектора наблюдаемых параметров на  $k+1$ -м шаге наблюдения;  $C_{\theta(k+1)}$  – матрица точности текущего измерения;  $C'_{y(k+1)}$  – матрица точности текущего измерения;  $H$  – матрица пересчета, которая определяется исходя из выражения  $H^{-1} \theta_s = c_s$ , где  $\theta_s$  – вектор наблюдаемых параметров,  $c_s$  – вектор состояния.

Особенностью использования уравнений фильтрации (4) в системах РАЗ является необходимость выбора моделей изменения параметра в зависимости от состояния атмосферы. Выбор модели должен определяться доопытными данными о состоянии атмосферы или в результате выполнения пробных шагов зондирования.

### Выбор модели изменения скорости звука

Алгоритм линейной фильтрации, описываемый уравнениями (4), подразумевает знание модели изменения параметра, которая адекватно характеризует реальный процесс, подлежащий фильтрации. Без модели изменения параметра линейная фильтрация невозможна, т.к. нельзя предсказывать поведение реального фильтруемого процесса. Именно модель изменения оцениваемого параметра задает вид матрицы  $B_k$ , входящей в уравнения (4), и влияет на матрицу точности  $C_{k+1}$ . Поэтому выбор модели изменения параметра для осуществления линейной фильтрации в системах РАЗ является важным этапом. Выбор неподходящей, неадекватной модели приведет к ухудшению точности получаемых в результате фильтрации оценок.

При различных моделях изменения параметра вид уравнений (4) будет различным. Рассмотрим алгоритм линейной фильтрации радиоакустической информации при использовании модели (1) при условии, что  $\alpha_3 = 0$ . В этом случае модель (1) имеет вид

$$\left. \begin{aligned} c_{s1(\kappa+1)} &= c_{s1(\kappa)} + c_{s2(\kappa)} \\ c_{s2(\kappa+1)} &= c_{s2(\kappa)} \end{aligned} \right\}, \text{ или в матричном виде } c_{s(\kappa+1)} = Bc_{s(\kappa)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{1s(\kappa)} \\ c_{2s(\kappa)} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где  $c_s$  – вектор состояния модели;  $c_{1s(\kappa)}$  – скорость звука;  $c_{2s(\kappa)}$  – первая производная от скорости звука.

Для осуществления линейной фильтрации при использовании модели (1) в системах РАЗ необходимо производить первичную обработку радиосигнала, отраженного от акустической посылки, в результате которой будет получена текущая оценка вектора

$$\hat{c}_{sy(\kappa)} = \begin{bmatrix} \hat{c}_{1sy(\kappa)} \\ \hat{c}_{2sy(\kappa)} \end{bmatrix}^T.$$

Полагаем, что оценка вектора состояния осуществляется косвенно на основе текущего измерения скорости звука  $\hat{c}_{1sy(\kappa)}$  с постоянной дисперсией ошибки  $\sigma_\theta^2 = C_\theta^{-1}$ , т.е. вектор наблюдения представляет собой скаляр  $\hat{\theta}_{sy(\kappa)} = \hat{c}_{1sy(\kappa)}$ . При использовании модели изменения параметра (5) и при условии косвенных измерений матрицы  $B, Q, H$ , входящие в уравнение

(4), будут иметь следующий вид [3]:  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $Q = 0$ ,  $H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ .

Подставляя указанные матрицы в уравнения (4), и выполняя соответствующие преобразования [3], получим уравнения фильтрации в виде

$$\hat{c}_{s(\kappa+1)} = \begin{bmatrix} \hat{c}_{1s(\kappa)} + \hat{c}_{2s(\kappa)} \\ \hat{c}_{2s(\kappa)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2(2\kappa+1)/(\kappa+1)(\kappa+2) \\ 6/(\kappa+1)(\kappa+2) \end{bmatrix} \times (\hat{\theta}_{sy(\kappa+1)} - \hat{c}_{1s(\kappa)} - \hat{c}_{2s(\kappa)}). \quad (6)$$

Произведем в соответствии с полученным уравнением фильтрацию совокупности оценок скорости звука  $\hat{c}_{1s(\kappa)}$ , имеющих дисперсии  $\sigma_\theta^2 = C_\theta^{-1} = 2m/c^2$ . На рис. 3 показано сравнение профиля оценок скорости звука, полученных на различных высотах, с профилем, полученным после фильтрации, выполненной в соответствии с уравнением (6).

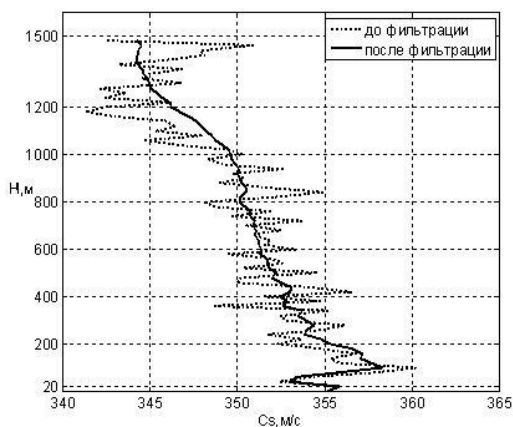


Рис. 3. Профили скорости звука до и после фильтрации, выполненной в соответствии с уравнением (6)

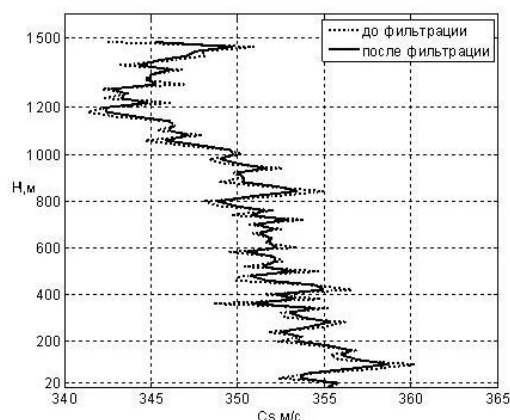


Рис. 4. Профили скорости звука до и после фильтрации, выполненной в соответствии с уравнениями (7)

Из рисунка видно, что приблизительно после 20-го отсчета (высота 400 м) фильтр практически не реагирует на изменения профиля. Наблюдаемое явление называется явлением «расходимости» фильтра. Отсюда следует вывод, что детерминированная модель (5) для линейной фильтрации процесса изменения скорости звука не подходит, т.к. возникает явление «расходимости» фильтра. Кроме того, состояние атмосферы редко бывает таким, чтобы процесс изменения скорости звука можно было описать линейной моделью, поэтому детер-

минированные модели изменения параметра нельзя считать адекватными реальному процессу изменения скорости звука с высотой в атмосфере.

Рассмотрим фильтрацию исходного профиля при использовании случайной модели изменения параметра (2).

При использовании модели изменения параметра (2) и прямом измерении матричные величины, входящие в уравнения (4), вырождаются в скалярные:  $C^{-1} = D$ ,  $C_y^{-1} = D_y$ ,  $B = 1$ ,  $Q = D_\mu$ ,  $H = 1$ , где  $D, D_y, D_\mu$  – дисперсии результирующей оценки скорости звука, текущей оценки скорости звука и маневра  $\mu_k$ . В результате уравнения (4) преобразуются к виду

$$\hat{c}_{s(k+1)} = \hat{c}_{s(k)} + (D_{k+1} / D_{y(k+1)}) (\hat{c}_{sy(k+1)} - \hat{c}_{s(k)}),$$

$$1/D_{k+1} = 1/(D_k + D_{\mu k}) + 1/D_{y(k+1)}. \quad (7)$$

Произведем в соответствии с полученными уравнениями (7) фильтрацию реальных оценок скорости звука  $\hat{c}_{1s(k)}$ , показанных на рис. 3 (кривая «до фильтрации»). Дисперсия фильтруемых оценок  $\sigma_y^2 = D_y = 2m/c^2$ . Дисперсия маневра должна выбираться исходя из опытных данных о состоянии атмосферы. Чем более нестабильно состояние атмосферы, тем большую дисперсию будет иметь реальный профиль и тем большее значение дисперсии маневра необходимо использовать при фильтрации.

На рис. 4 показано сравнение исходного профиля оценок скорости звука с профилем, полученным после фильтрации, выполненной в соответствии с уравнениями (7), в предположении, что дисперсия маневра скорости звука  $D_\mu = 2 \text{ м/с}^2$ .

В этом случае не наблюдается явление «расходимости» фильтра. Профили, полученные после фильтрации (рис. 5), характеризуются меньшей дисперсией, что говорит о сглаживании ошибок измерений скорости звука, т.е. профиль после фильтрации получается более точным.

Значит, стохастическая модель (2) адекватно характеризует процесс изменения скорости звука и ее целесообразно использовать для линейной фильтрации оценок скорости звука в атмосфере.

Рассмотрим фильтрацию профиля при использовании случайной модели изменения параметра (3). Для обеспечения линейной фильтрации процесса изменения скорости звука в этом случае, необходимо иметь на каждом шаге измерения оценку вектора состояния  $\hat{c}_{sy(k)} = \|\hat{c}_{1sy(k)} \hat{c}_{2sy(k)}\|^T$ , полученную прямым либо косвенным способом.

Полагаем, что оценка вектора состояния осуществляется косвенно на основе текущего измерения скорости звука  $\hat{c}_{1sy(k)}$  с постоянной дисперсией ошибки  $\sigma_\theta^2 = C_\theta^{-1}$ . При использовании модели изменения параметра (3) матрицы  $B, Q, H$ , входящие в уравнение (5), будут иметь следующий вид:

$$B = \begin{Bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{Bmatrix}, \quad Q = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & D_\mu \end{Bmatrix}, \quad H = \begin{Bmatrix} 1 & 0 \end{Bmatrix},$$

где  $D_\mu$  – дисперсия маневра.

В результате преобразований и приближенных вычислений уравнения линейной фильтрации (4), при использовании модели изменения параметра (3), примут вид [4]

$$\hat{c}_{s(k+1)} = \begin{Bmatrix} \hat{c}_{1s(k)} + \hat{c}_{2s(k)} \\ \hat{c}_{2s(k)} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} (\hat{\theta}_{sy(k+1)} - \hat{c}_{1s(k)} - \hat{c}_{2s(k)}), \quad (8)$$

где  $A$  и  $B$  – установившиеся значения весовых коэффициентов;

$$A \approx \frac{D_{C_{1s}}}{\sigma_\theta^2}, \quad B \approx \frac{R}{\sigma_\theta^2}, \quad D_{C_{1s}} \approx \sqrt[4]{4D_\mu \cdot \sigma_\theta^5}, \quad R \approx \sqrt{D_\mu \cdot \sigma_\theta^2}, \quad (9)$$

где  $D_{C_{1s}}$  – установившееся значение дисперсии оценок скорости звука;  $R$  – корреляционный момент оценок скорости звука и первой производной скорости звука.

В соответствии с полученными уравнениями (9) произведем фильтрацию набора реальных оценок значений скорости звука  $\hat{C}_{1s(x)}$ , показанного на рис. 3 (кривая до фильтрации). На рис. 5 показан результат фильтрации в предположении, что дисперсия маневра скорости звука  $D_{\mu} = 2 \text{ м/с}$ .

Из рисунка видно, что профиль, полученный после фильтрации, является более изрезанным. В связи с этим можно утверждать, что модель (3), используемая в процессе фильтрации, в данном случае неадекватно характеризует наблюдаемый реальный процесс изменения скорости звука и не подходит для фильтрации в этих условиях.

Модель (3) адекватно описывает процесс изменения скорости звука тогда, когда состояние атмосферы характеризуется плавным профилем температуры. Повышение качества оптимальной фильтрации, при использовании модели (3), достигается путем подбора значения дисперсии маневра  $\mu_k$ . Однако положительные результаты такая фильтрация дает лишь в том случае, когда дисперсия оценки реального процесса изменения скорости звука много больше выбранной дисперсии маневра  $\mu_k$ .

### Выводы

Применение оптимального линейного фильтра в системах РАЗ позволит уменьшить количество повторных зондирований для достижения необходимой точности получаемых оценок и повысить оперативность получения вертикальных профилей искомых атмосферных параметров.

В качестве модели изменяющегося параметра при линейной фильтрации в системах РАЗ целесообразно использовать преимущественно стохастические модели.

Модель изменения информационного параметра в системах РАЗ необходимо выбирать с учетом состояния атмосферы. При этом алгоритмы фильтрации для различных моделей изменения параметра имеют различные характеристики и могут эффективно использоваться только в определенных условиях.

Выбор модели для фильтрации наблюдаемого процесса изменения скорости звука в каждом конкретном случае должен определяться доопытными данными о состоянии атмосферы или в результате выполнения пробных шагов зондирования.

**Список литературы:** 1. *Каллистратова М.А., Кон А.И.* Радиоакустическое зондирование атмосферы. – М. : Наука, 1985. – 200 с. 2. *Карташов В.М.* Алгоритм автосопровождения изменений информационного параметра сигнала радиоакустических систем / В.М. Карташов, Д.Н. Куля, С.В. Пашенко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий – Харьков, 2012. – № 4/9(58). – С. 57-61. 3. *Ширман Я.Д., Манжос В.Н.* Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. – М. : Радио и связь, 1981. – 416с. 4. *Ширман Я.Д.* Теоретические основы радиолокации : учеб. пособие для вузов. – М. : Сов. радио, 1970. – 560 с.

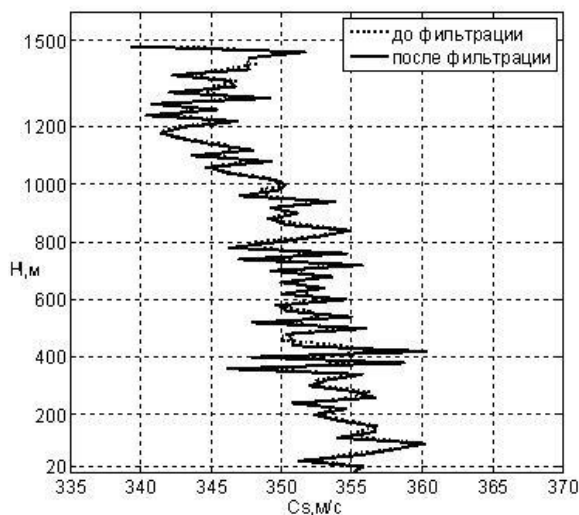


Рис. 5. Профили скорости звука до и после фильтрации, выполненной в соответствии с уравнениями (7)