
УДК 519.22

Н.В. ГИБКИНА, С.В. ВОЛКОТРУБ

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ В УСЛОВИЯХ ЕЕ ИНВЕСТИЦИОННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Рассматриваются гибкие и традиционные схемы страхования. Проводится анализ изменения величины нетто-премий при изменении процентной ставки, волатильности процесса цен рискованного актива, величины гарантированной выплаты, а также при изменении начальных взносов в безрисковые и рискованные активы.

1. Введение

Страховщик обеспечивает защиту имущественных интересов страхователя при наступлении страхового случая за счет денежных фондов, которые формируются путем получения страховых премий и доходов от размещения средств этих фондов. Особенностью страхового бизнеса является то, что размер страхового тарифа необходимо определить до наступления момента возможных выплат.

В данной работе рассматривается задача определения оптимальных размеров нетто-премий страховой компании в условиях ее инвестиционной деятельности. Эта задача актуальна на современном этапе развития финансового и страхового рынка, поскольку для привлечения большего количества клиентов страховые компании сталкиваются с необходимостью внедрять новые схемы страхования, способствующие уменьшению страховых тарифов. Одной из таких схем является инвестирование страховой компанией собранных средств на финансовом рынке, вследствие чего появляется возможность увеличения размера страховых выплат.

Целью данной работы является сравнительный анализ существующих методов расчета параметров страхования в условиях инвестиционной деятельности страховой компании. В работе рассматриваются традиционные и инновационные схемы расчета нетто-премий в долгосрочном страховании жизни, когда страховая компания в целях повышения своей конкурентоспособности инвестирует собранные средства на финансовом рынке.

2. Задачи определения оптимального размера нетто-премий в инновационных и традиционных схемах страхования

Рассмотрим договор страхования на дожитие сроком на T лет для супругов в возрасте x и y лет соответственно и заключающийся в обеспечении страховой выплаты в случае, когда оба они или хотя бы один из них проживет T лет с момента заключения договора. Вероятность страховой выплаты в этом случае будет равна

$${}_T P_{xy} = {}_T P_x {}_T Q_y + {}_T P_y {}_T Q_x + {}_T P_x {}_T P_y,$$

где ${}_T P_x$ и ${}_T P_y$ – вероятности прожить еще T лет для каждого из супругов; ${}_T Q_x = 1 - {}_T P_x$ и ${}_T Q_y = 1 - {}_T P_y$ – вероятности смерти для каждого из супругов в течение T лет с момента заключения договора.

Величина страховой выплаты для страхового договора на дожитие сроком на n лет имеет вид:

$$Z = \begin{cases} 0 & \leftarrow T_x < n, \\ K v^{T_x} & \leftarrow T_x \geq n, \end{cases}$$

где T_x – случайная величина, определяющая количество прожитых лет с момента подписания договора для человека в возрасте x лет до момента его смерти; K – страховая сумма; n – продолжительность страхования; v^T – дисконтный множитель по принятой норме доходности.

Традиционные схемы накопительного страхования гарантируют страхователю лишь минимальную доходность его вложений, поскольку страховая компания для обеспечения максимальной надежности заинтересована в фиксированной доходности инвестиций. В традиционных страховых контрактах используется принцип эквивалентности, согласно которому размер кумулятивной нетто-премии равен математическому ожиданию дисконтированных кумулятивных выплат.

Размер нетто-премии в традиционной схеме страхования на дожитие равен

$${}_T E_{xy} = K {}_T P_{xy} v^T,$$

где K – размер страхового возмещения; v^T – дисконтный множитель по принятой норме доходности; ${}_T P_{xy}$ – вероятность дожития обоих супругов до возраста $x+T$ и $y+T$ лет соответственно или дожитие только одного из них до оговоренного возраста.

Развитие рыночных отношений и конкуренции на страховом рынке приводят к необходимости адаптации страхования к изменяющимся условиям развития финансовой системы. Это приводит к созданию гибких схем страхования, в которых при наступлении страхового случая размер выплаты зависит от рыночной цены портфеля ценных бумаг. В отличие от традиционных схем страхования, выплата по таким контрактам является случайной величиной.

Введем обозначения: $g(S)$ – функция, определяющая размер выплаты по страховому обязательству, S – цена единицы выбранного рискового актива.

В работе [1] рассмотрены два типа гибких контрактов: «чистый» контракт:

$$g(S) = S$$

и контракт с «гарантией»

$$g(S) = \max(S, K),$$

где $K = B_0 \exp(rT)$ – положительная постоянная величина, обеспечивающая страховые выплаты за счет инвестирования средств только в безрисковые активы; B_0 – размер вклада в безрисковые активы в начальный момент времени; r – процентная ставка; T – продолжительность страхования.

Согласно методике, приведенной в [1], можно рассчитать нетто-премии для задачи страхования на дожитие супружеской пары сроком на T лет в условиях гибких схем страхования. Нетто-премия «чистого» контракта будет равна

$$T E_{xy} = T P_{xy} S_0, \quad (1)$$

где S_0 – рыночная цена рискового актива в начальный момент времени;

$T P_{xy} = T P_x T Q_y + T P_y T Q_x + T P_x T P_y$ – вероятность того, что оба супруга в возрасте x и y лет или хотя бы один из них проживет T лет с момента заключения контракта.

Нетто-премия контракта «с гарантией» будет равна

$$T E_{xy} = T P_{xy} [K \exp(-rT) \Phi(-d_2(T)) + S_0 \Phi(d_1(T))], \quad (2)$$

где T – продолжительность страхования; σ – волатильность; $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du$ – функция стандартного нормального распределения,

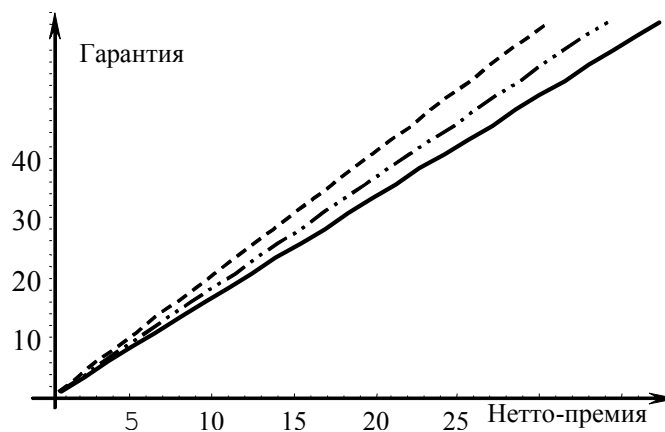
$$d_1(T) = \frac{\ln \frac{S_0}{K} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma \sqrt{T}}, \quad d_2(T) = \frac{\ln \frac{S_0}{K} + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma \sqrt{T}}.$$

3. Численный анализ параметров страхования в инновационных и традиционных схемах страхования

Исследуем влияние некоторых параметров финансового рынка, таких как процентная ставка, волатильность процесса цен рискового актива, величина гарантированной выплаты, а также влияние величины и соотношения начальных взносов в безрисковые и рисковые активы, на размер нетто-премии страховой компании, участвующей в инвестиционной деятельности на этом рынке.

Проведем анализ изменения размера нетто-премии контракта с «гарантией» при изменении волатильности процесса цен рискового актива (рисунок).

Из рисунка очевидно, что при увеличении волатильности процесса цен рискового актива размер нетто-премии контракта с «гарантией» увеличивается. Это объясняется тем, что увеличение волатильности цен ведет к увеличению колебаний уровня цен относительно среднего значения, что увеличивает риск убытков страховой компании при инвестировании средств. Для того чтобы застраховать себя от больших убытков, страховая компания увеличивает размер нетто-премии.



Изменение размера нетто-премии контракта с „гарантией” при изменении волатильности (соответствует наибольшей величине волатильности, соответствует наименьшей величине волатильности)

Проанализируем изменение размера нетто-премий при изменении процентной ставки. В табл. 1 приведены результаты вычислений.

Как видно из табл. 1, при заданных начальных условиях (V_0 – размер вклада в безрисковые активы в начальный момент времени, σ – волатильность процесса цен рискового актива, S_0 – цена портфеля ценных бумаг в начальный момент времени) изменение процентной ставки не влияет на размер нетто-премии ни традиционного контракта, ни

контракта с „гарантией”. В этом случае происходит изменение только величины гарантированной выплаты, которая при постоянной величине вклада в безрисковый актив (и, таким образом, при постоянной нетто-премии) будет тем больше, чем больше процентная ставка.

Таблица 1

Изменение размера нетто-премий при изменении процентной ставки

Процентная ставка	Вклад в рискованные активы	Размер гарантии	Нетто-премия традиционной схемы	Нетто-премия контракта с «гарантией»
0.04	100	182.212	133.885	97.6048
0.06	100	245.96	133.885	97.6048
0.08	100	332.012	133.885	97.6048

Далее рассмотрим «чистый» контракт страхования. При $K = 0$ размер нетто-премии контракта с «гарантией» и «чистого» контракта совпадает, поскольку в первом случае страховая компания формирует резерв для выплат гарантированных сумм при длительном неблагоприятном состоянии финансового рынка. В этом случае формулы для вычисления нетто-премий «чистого» контракта и контракта с «гарантией» совпадают. Размер нетто-премии контракта с «гарантией» при увеличении K увеличивается по сравнению с «чистым» контрактом. Это объясняется тем, что страховой компании требуются дополнительные средства для накопления гарантированных выплат.

Проведем анализ изменения размера нетто-премии контракта с «гарантией» при изменении начальных взносов в безрисковые и рискованные активы. Результаты будем сравнивать с размерами нетто-премий, рассчитанных по традиционной схеме. В табл. 2 приведены результаты вычисления нетто-премий в различных схемах страхования.

Таблица 2

Изменение размера нетто-премии контракта с «гарантией» при изменении начальных взносов в безрисковые и рискованные активы

Начальный взнос в безрисковые активы	Начальный взнос в рискованные активы	Размер гарантии	Нетто-премия контракта с «гарантией»	Нетто-премия «чистого» контракта	Нетто-премия традиционного контракта
60	100	147.576	110.661	97.6048	156.168
80	100	196.768	121.29	97.6048	175.689
100	100	245.96	133.885	97.6048	195.21
140	100	344.344	163.039	97.6048	234.252
100	0	245.96	97.6048	0	97.6048
100	5	245.96	97.61	4.88	102.485
100	10	245.96	97.6837	9.76048	107.365
100	60	245.96	110.661	58.5629	156.168
100	100	245.96	133.885	97.6048	195.21

Как видно из табл. 2, для контракта с «гарантией» при увеличении начального вклада в безрисковые активы различие в величине нетто-премии гибких и традиционных схем страхования становится незначительным, и в случае вложения начальных средств только в безрисковые активы размер нетто-премии контракта с «гарантией» равен нетто-премии традиционного контракта. Если размер гарантированной выплаты $K = 0$, то контракт с «гарантией» преобразуется в «чистый» контракт (размеры нетто-премий указанных контрактов совпадают), что соответствует выражениям (1), (2).

4. Выводы

Рассмотрена задача определения оптимальных параметров страховой деятельности в инновационных схемах страхования.

Проведено сравнение традиционных и гибких схем страхования, «чистого» контракта и контракта с «гарантией» для супружеских пар. Проведен анализ зависимости размера нетто-премий от процентной ставки, процесса цен рискового актива, величины гарантированной выплаты, начальных взносов в безрисковые и рисковые активы.

Научная новизна результатов исследования заключается в установлении условий, в которых выгодным является заключение каждого из рассмотренных типов контрактов страхования.

Данная задача может быть обобщена на случай других типов финансовых рынков, в частности, неполного финансового рынка.

Практическая значимость результатов исследования состоит в возможности применения предложенных расчетов для обеспечения актуарной деятельности в страховых компаниях, заинтересованных во внедрении инновационных схем страхования в целях повышения конкурентоспособности на развивающемся страховом рынке.

Список литературы: 1. Мельников А. В. Риск-Менеджмент: стохастический анализ рисков в финансах и страховании. М: АНКИЛ, 2001. 345с. 2. Мельников А. В. Финансовые рынки: Стохастический анализ и расчет производных ценных бумаг. М: ТВП, 1997. 354с. 3. Шоломицкий А.Г. Теория риска. Выбор при неопределенности и моделирование риска. М: ГУ ВШЭ, 2005. 400с. 4. Четыркин Е.М. Актуарные расчеты в негосударственном пенсионном и медицинском страховании. М.: Дело, 2002. 267с.

Поступила в редколлегию 25.05.2009

Гибкина Надежда Валентиновна, доцент кафедры прикладной математики ХНУРЭ. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14.

Волкогруб Светлана Владимировна, студентка ХНУРЭ. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, e-mail: dmitrenko_sv@mail.ru.