УДК 004 312.2

СПРОЩЕННЯ ЛОГІЧНОГО СИНТЕЗУ ЦИФРОВИХ БЛОКІВ НА ОСНОВІ КАТАЛОГІВ ЛОГІЧНИХ ФУНКЦІЙ

КОЧКАРЬОВ Ю.О., БУРМІСТРОВ С.В., СИНЬКО І.В.

Аналізується сучасний стан каталогізації мінімальних форм логічних функцій (ЛФ) та пропонуються більш ущільнені каталоги ЛФ у вигляді мегагруп релятивності (МГР), кількість яких не перевищує 2^{n-1}, що складає реальну практичну основу для радикального спрощення етапу логічного синтезу цифрових блоків різного призначення. Пропонується інструментальний пакет, який дозволяє безпосередньо по номеру обраної ЛФ знайти мінімальні форми представлення ЛФ у трьох ізоморфних базисних формах представлення (ФП), а також інформацію про очікувані показники складності реалізації ЛФ

Вступ

Каталогізація логічних функцій (ЛФ) є достатньо актуальною задачею, вирішення якої робить реальним радикальне спрощення найбільш трудомісткої задачі на етапі логічного синтезу цифрових блоків – мінімізації ЛФ.

Наявність розвинених каталогів ЛФ дозволяє відразу після формування опису комбінаційної схеми (КС) – інформаційного ядра майбутнього цифрового блоку перейти безпосередньо до схемної реалізації КС, маючи в наявності мінімальні форми, тобто найкращі результати мінімізації необхідних ЛФ.

Для вирішення даної задачі достатньо мати опис КС, що реалізує систему ЛФ:

$$\begin{aligned} &y_1=f_1(x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n),\\ &y_2=f_2(x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n),\\ &y_3=f_3(x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n),\\ &\ldots\\ &y_m=f_m(x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n), \end{aligned} \tag{1}$$

де x_1, x_2, x_3, …, x_n – вхідні двійкові сигнали КС; y_1, y_2, y_3 , …, y_m - вихідні сигнали КС, частина яких поступає на входи комірок пам'яті, інша безпоредньо на вихід КС, тобто всього цифрового блоку.

Аналіз проблемної області і постановка задачі

Проблема практичної каталогізації ЛФ ні теоретично, ні практично не ставилась у зв'язку з великою кількістю самих ЛФ. Відомо, що потужність повної множини ЛФ від *n* аргументів L(n) складає $(2^n)^n$ ЛФ, тобто вже при n=5 L(n) складає приблизно 4,3 млрд ЛФ.

На думку авторів прогрес у проблемі каталогізації ЛФ полягає в конструктивному вивченні структури множин L(n), яке дозволяє виявити деякі «каркасні» блоки у множинах L(n). Перші результати в проблемі КЛФ (каталогізація логічних функцій) треба пов'язати з [1], в якому каталогізовані три відомі на той час форми представлення (ФП) ЛФ:

– Класична форма представлення (КФП) – у вигляді диз'юнктивних нормальних форм (ДНФ) (в окремих випадках кон'юнктивних нормальних форм (КНФ)).

– Алгебраїчна форма представлення (АФП) – у вигляді кон'юнкцій, які алгебраїчно додаються між собою з ваговими коефіцієнтами.

– Поліноміальна форма представлення Ріда-Мюлера (РМФП) – у вигляді кон'юнкцій, які додаються між собою по модулю 2.

В [1] використовується розроблена система наскрізної нумерації ЛФ в L(n), яка дозволила сформувати в [1] повні каталоги мінімальних ФП ЛФ для n=2,3,4 і вибірково для n=5.

Наступним важливим етапом у вирішенні проблеми КЛФ стало встановлення та застосування так званих груп релятивності (ГР) [2], в яких всі ЛФ, що доведено експериментально, мають однакові показники складності реалізації. Результат другого етапу ущільнення КЛФ наведений в табл. 1.

Таблиця 1

Результати 2 етапу ущільнення КЛФ

Кількість аргу-ментів *n*	Кількість ЛФ у L(n)	Кількість ГР	Кількість записів у каталогах L(n)
2	16	5	2
3	256	22	13
4	65536	402	238
5	4.294.967.296	1.228.158	727.118

Записи в ущільнених каталогах існують у вигляді номерів ГР, які збігаються із мінімальними номерами ЛФ, що входять до складу вказаних ГР і мають однакові показники складності реалізації в мінімальних формах представлення КФП, АФП, РМФП у звичайному та в оптимально поляризованому вигляді. Кількість записів у каталогах L(n) (таблиця 1) складає приблизно половину ГР (з деяким надлишком), тому що в каталогах наводяться тільки ті ЛФ, які мають кількість одиниць у ТІ не більше, ніж 2^{n-1}. В інших ЛФ повинні реалізуватися не одиниці, а нулі в ТІ.

Наступним кроком ущільнення КЛФ, що пропонується в роботі, є введення більш масштабних об'єктів – так званих мегаГР, які складаються з декількох ГР кожна і відрізняються одна від одної кількістю одиниць у таблицях ЛФ. Наприклад, для n=4 у множині L(n) таких множин всього 2^{n-1}, тобто 8. Кількість ГР, і, відповідно, ЛФ у таких МГР може бути великою. Наприклад, для n=4 та *l*=8 (кількість одиниць в таблиці істинності) МГР містить у своєму складі 12870 ЛФ.

Для практичного використання такого ущільнення КЛФ потрібна відповідна програмна підтримка.

Метою даного дослідження є розробка комплексної програмної підтримки, що полягає у визначенні для конкретної заданої ЛФ номеру ГР та, відповідно, всіх показників складності реалізації ЛФ у КФП, АФП та РМФП, які відносяться до отриманої ГР.

Запропонована раніше типова задача «Релятивація» [3], яка полягає у визначенні для конкретної заданої ЛФ відповідної ГР, може вирішити проблему для однієї ЛФ, але для процесу КЛФ дана задача не є придатною, бо, як вказано вище, в одній МГР, наприклад, для n=4 кількість ЛФ у МГР із 8 одиницями (*l*=8*)* складає:

$$C_{2^n}^8 = C_{16}^8 = \frac{16!}{8!\cdot(16-8)!} = 12870 .$$

Процес релятивації ЛФ полягає в цілеспрямованій перестановці та інвертуванні аргументів ЛФ таким чином, щоб у фіналі отримати ЛФ з мінімальним порядковим номером, що є також номером ГР. Вказана процедура повинна супроводжуватись інформацією щодо використаних кроків, тому що дана інформація потрібна для правильного призначення номерів аргументів у первинній ЛФ.

Для фіксації даної інформації введено поняття векторів трансформації. Вектори трансформації заданої логічної функції V_t – це множина векторів розмірності n, елементи яких є порядковими номерами аргументів ЛФ. Початковий вектор всіх ЛФ у L(n) має очевидний вигляд: V_{t0}^{LFN1}=(n-1, n-2,…, 3, 2, 1, 0).

При релятивації, тобто в разі потреби перестановки аргументів місцями або при інвертуванні окремих аргументів фактично утворюється нова логічна функція LFN2, вектор трансформації в базисі ЛФ LFN1 має інший вигляд (наприклад, при перестановці місцями аргументів 2 і 3):

$$V_{t0}^{LFN2}=(n-1,\ n-2,\ldots,\ 1,\ 0) \leftrightarrow V_t^{LFN1>LFN2}=$$
$$=(n-1,\ \ldots,\ 2,\ 3,\ 1),$$
$$V_{t0}^{LFN3}=(n-1,\ n-2,\ldots,\ 1,\ 0) \leftrightarrow V_t^{LFN1>LFN3}=$$
$$=(n-2,\ldots,\ 3,\ -1,\ 0).$$

На основі поняття векторів трансформації застосовується також поняття таблиці трансформації (ТТ) ЛФ ГР. Таблиця трансформації ЛФ ГР – це прямокутна таблиця, в рядках якої записані порядкові номери аргументів конкретної ЛФ (координати векторів трансформації). Рядками служать всі можливі вектори трансформації, які можна отримати перестановкою аргументів місцями або при інвертуванні окремих аргументів ЛФ. Кількість стовпчиків у таблиці дорівнює *n* (де n – кількість аргументів), а кількість рядків – $n!*2^n$.

Таблиця трансформації ЛФ ГР описує всі можливі ЛФ однієї ГР, до якої належить вказана ЛФ.

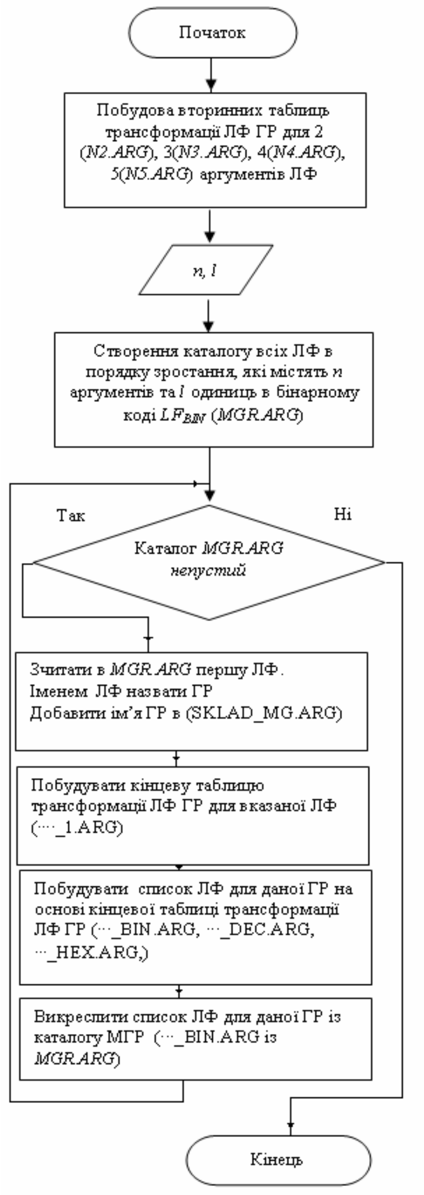
Подальші дії процесу релятивації виконуються безпосередньо з самою ТТ і полягають у тому, що вектори трансформації перетворюються у відповідні номери рядків ТІ. Кількість рядків ТІ, як було вказано, складає $n!*2^n$ і відображає кількість всіх теоретично можливих ЛФ у МГР. Дані про кількість рядків у ТТ наведено у табл. 2.

Таблиця 2

Залежність росту кількості рядків ТТ від кількості аргументів ЛФ

№ п/п	Кількість аргументів в ЛФ	Кількість елементів в рядку	Кількість рядків
1	1	2	2
2	2	4	8
3	3	8	48
4	4	16	384
5	5	32	3 840
6	6	64	46 080
7	7	128	645 120

Так, для *n=4* ТТ має 16 стовпчиків та 384 рядки. Слід зауважити, що ця інформація обчислюється лише один раз при підготовці створення каталогу L(n) і відноситься до всіх 65536 ЛФ у L(4). Обробка ТТ полягає в її спрощенні для конкретної ЛФ за рахунок викреслення однакових рядків, що відносяться до однакових ЛФ, у сортуванні елементів в рядках у порядку спадання та рядків ТТ у порядку зростання.



Алгоритм задачі структурування множин логічних функцій

Використання таблиць трансформації ЛФ ГР дає можливість, маючи задану ЛФ, побудувати всю ГР, до якої належить дана ЛФ, та вказати її номер.

Формування складу множин МГР, що входять до множини L(n), є фундаментальною задачею для програмної підтримки запропонованого КЛФ.

Для вирішення цієї задачі запропоновано алгоритм (рисунок), який дозволяє по заданій кількості аргументів n та кількості одиниць l в очікуваному МГР знайти номери всіх ГР, що входять до складу вказаного МГР, а також номери всіх ЛФ у складі МГР.

В результаті таких спрощень та впорядкувань ТТ формування множини номерів ГР та ЛФ, які входять до складу ГР і, відповідно, МГР, здійснюється у відповідності з наведеним вище алгоритмом.

Висновки

1. Розроблені каталоги ЛФ у вигляді множин мегагруп релятивності, кількість яких не перевищує 2^{n-1}, складають реальну практичну основу для радикального спрощення етапу логічного синтезу цифрових блоків різного призначення.

2. Розроблений алгоритм вирішення типової задачі «Склад МГР» дозволяє безпосередньо за номером обраної ЛФ знайти мінімальні форми представлення ЛФ у трьох базисних ФП (КФП, АФП, РМФП), інформацію про оптимальну поляризацію аргументів та вектор трансформації, який дозволяє правильно нумерувати вхідні аргументи обраної ЛФ.

Література: 1. *Кочкарев Ю.А., Пантелеева Н.Н., Казаринова Н.Л., Шакун С.А.* Классические и альтернативные минимальные формы логических функций. Каталог-справочник /Ю.А.Кочкарев, Н.Н.Пантелеева, Н.Л.Казаринова, С.А.Шакун. Черкасский институт управления, 1999. 193 с. **2.** *Кочкарьов Ю.О., Синько І.В., Панаско О.М.* Оптимізація структури комбінаційних схем шляхом використання оптимальної форми представлення логічних функцій// Матеріали II міжнародної науково-технічної конференції (IMT-2009), Черкаси. С. 38-39. **3.** *Кочкарьов Ю.О., Бурмістров С.В., Синько І.В.* Спрощення логічного проектування блоків цифрових схем на основі каталогізації груп релятивності (ГР) /Ю.О.Кочкарьов, С.В.Бурмістров, І.В.Синько. Вісник ЧДТУ. 2011, №4. С. 39-41.

Надійшла до редколегії 12.03.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Удовенко С.Г.

Кочкарьов Юрій Олександрович, д-р техн. наук, професор кафедри інформатики та інформаційної безпеки Черкаського державного технологічного університету. Наукові інтереси: розробка і дослідження нових форм представлення інформації в цифрових блоках різного призначення. Адреса: Україна, 18002, Черкаси, вул. Хрещатик, 200, кв.103, тел. (+38 0472) 37-25-54, (+38 067) 98-38-160, e-mail: qa@2upost.com.

Бурмістров Сергій Владиславович, аспірант кафедри інформатики та інформаційної безпеки Черкаського державного технологічного університету, викладач Черкаського державного бізнес-коледжу. Наукові інтереси: розробка і дослідження нових форм представлення інформації в цифрових блоках різного призначення. Адреса: Україна, 18002, Черкаси, вул. Енгельса, 243, кв.51, e-mail:burmistrovsv@rambler.ru

Синько Ірина Василівна, аспірант кафедри інформатики та інформаційної безпеки ЧДТУ, асистент кафедри вищої математики. Наукові інтереси: дослідження структури логічних функцій. Адреса: Україна, 18002, Черкаси, вул. Сєдова, 242, кв.68, e-mail: irasinko@10k.com.ua