

СИНТЕЗ УНИТАРНЫХ БИНОМИАЛЬНЫХ СЧЕТЧИКОВ

На основании исследований, проведенных в данной работе, находятся обобщенные аналитические выражения, необходимые при построении быстродействующих унитарных биномиальных счетчиков любой разрядности. Полученные счетчики имеют регулярную структуру и удобны для реализации на ПЛИС. Также описывается программная модель и производится оценка быстродействия.

1. Постановка задачи

На практике перспективным является применение биномиальных счетных схем, построенных на основе унитарной биномиальной системы счисления [1]. Эти схемы содержат естественную избыточность, которую можно использовать для повышения помехоустойчивости, и обладают повышенным быстродействием. Отличием унитарных биномиальных счетчиков (УБС) от других, работающих в унитарных кодах, является расширенная функциональность – возможность установки коэффициента пересчета [2]. Счетчик содержит k дополнительных входов, на которые подается биномиальное число с параметрами $n' = k' = k$, количество единиц в нем определяет число состояний. Для практической реализации указанных счетных схем необходимо разработать алгоритм их синтеза. Для построения такого алгоритма необходимо получение простых аналитических выражений на основе существующих алгоритмов счета, позволяющих строить биномиальные счетчики любой разрядности.

Текущий коэффициент пересчета определяется числом сочетаний $(k - i)$ единиц из $m = (n + 1 - i)$ элементов:

$$N_{T.} = C_m^{k-i} = C_{n+1-i}^{k-i} = \frac{(n+1-i)!}{(k-i)!(n+1-i-k+i)!} = k+1-i, \quad (1)$$

Таблица 1. Состояния УБС с параметрами $n = k = 4$

№ п/п	Номер состояния	Бин. число на входе счетчика	Разряды счетчика
		4321	4321
1	0	0000	0000
2	1		1000
3	2		1100
4	3		1110
5	4		1111
6	0	1000	0000
7	1		0100
8	2		0110
9	3		0111
10	0	1100	0000
11	1		0010
12	2		0011
13	0	1110	0000
14	1		0001
15	0	1111	0000

где i – количество единиц биномиального числа на входе УБС.

Работа УБС с параметрами $n = k = 4$ приведена в табл. 1.

Алгоритм работы УБС имеет вид:

1. Все разряды счетчика установлены в нуль.

2. Заносится 1 в $(k - q - i)$ -й разряд, где q – число единиц в счетчике, i – число единиц биномиального числа на входе счетчика.

3. Если младший разряд не заполнен единицей, то происходит переход к пункту 2.

4. Если младший разряд заполнен единицей или количество единиц биномиального числа на входе равно k , то цикл счета окончен.

Как видно из табл. 1, унитарный биномиальный код с параметрами $n = k$ имеет некоторые свойства рефлексных кодов, поскольку при переходе к младшему или старшему биномиальному чис-

лу происходит изменение цифры только в одном разряде числа. Исключение составляет переход от максимального числа к нулю. Это свойство позволяет получить значительно большее быстродействие по сравнению с двоичными счетчиками, без улучшения характеристик элементной базы.

2. Логический синтез

В качестве элемента памяти УБС выбираем D – триггеры из-за простоты их управления и возможности применения регистров на их основе.

Воспользовавшись табл. 1, составим таблицу истинности суммирующего двухразрядного унитарного биномиального счетчика с параметрами $n = k = 2$ (табл. 2).

Таблица 2. Таблица истинности счетчика с параметрами $n = k = 2$

№	x1	x2	t		t ⁺¹		D1	D2
			Q1	Q2	Q1	Q2		
0	0	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1	1	1
2	0	0	1	1	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	1	0	1
4	1	0	0	1	0	0	0	0
5	1	1	0	0	0	0	0	0

В табл.2 $x_1 - x_2$ являются входами для подачи биномиального числа; $Q_1 - Q_2$ – разряды счетчика; $D_1 - D_2$ являются функциями возбуждения триггеров $Q_1 - Q_2$.

Карты Карно функций возбуждения D_1, D_2 триггеров Q_1, Q_2 приведены на рис. 1.

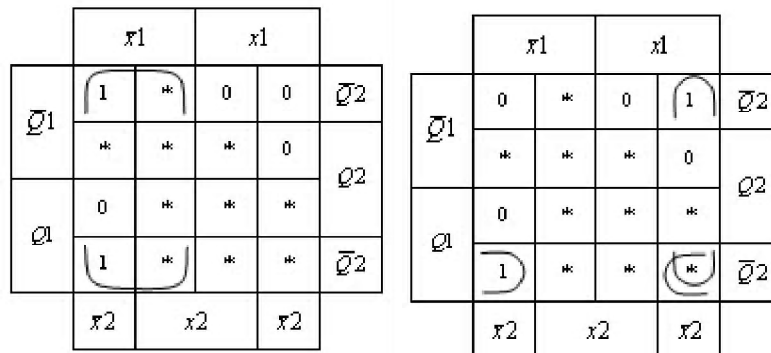


Рис. 1. Карты Карно для функции возбуждения D_1, D_2 триггеров Q_1, Q_2

Неиспользуемые наборы в табл. 3 являются факультативными и оптимально доопределяются для получения минимальной дизъюнктивной нормальной формы (МДНФ). МДНФ функций имеют вид

$$D_1 = \bar{x}_1 \bar{Q}_2,$$

$$D_2 = \bar{x}_2 Q_1 \bar{Q}_2 + x_1 \bar{x}_2 \bar{Q}_2 = \bar{x}_2 \bar{Q}_2 (x_1 + Q_1). \quad (2)$$

Для установления закономерностей формирования функций возбуждения D – триггеров n – разрядного унитарного биномиального счетчика установим эти функции для параметров $n = k = 3$. Граф состояний счетчика показан на рис. 2.

Воспользовавшись табл. 1, 2, составим таблицу истинности работы счетчика (табл. 3).

В табл. 3 $x_1 - x_3$ являются входами для подачи биномиального числа, определяющего разрядность счетчика; $Q_1 - Q_3$ являются разрядами счетчика; $D_1 - D_3$ – функции возбуждения триггеров $Q_1 - Q_3$.

Карта Карно функции возбуждения D_1 первого триггера Q_1 приведена на рис.3.

Таблица 3. Таблица истинности УБС с параметрами $n = k = 3$

№	x1	x2	x3	t			t ⁺¹			D1	D2	D3
				Q1	Q2	Q3	Q1	Q2	Q3			
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0
2	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
3	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
4	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
5	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1
6	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
7	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
8	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
9	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

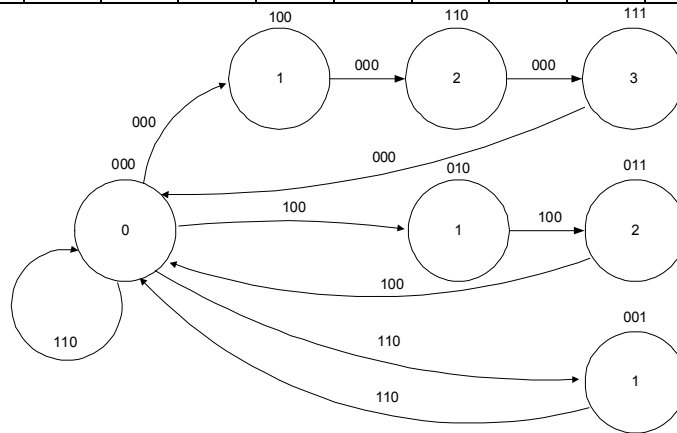


Рис. 2. Граф состояний УБС с параметрами $n = k = 3$

		x3	$\bar{x}3$	x3	$\bar{x}3$	x3		
x1	Q3	*	*	*	*	*	*	Q1
	$\bar{Q}3$	*	*	0	0	*	0	0
	Q3	*	*	0	*	*	0	*
$\bar{x}1$	$\bar{Q}3$	*	*	*	*	*	1	*
	Q3	*	*	*	*	1	1	*
	Q3	*	*	*	*	*	0	*
		Q2		$\bar{Q}2$		Q2		
		x2			$\bar{x}2$			

Рис. 3. Карта Карно для функции D1 возбуждения триггера Q1

МДНФ функции D1 имеет вид

$$D1 = \bar{x}1\bar{Q}3. \quad (3)$$

Карты Карно функции возбуждения D2 и D3 триггеров Q2, Q3 приведены на рис.4, 5 соответственно.

МДНФ функций D2, D3 имеет вид

$$D2 = x1\bar{x}2\bar{Q}3 + \bar{x}2Q1\bar{Q}3 = \bar{x}2\bar{Q}3(x1 + Q1), \quad (4)$$

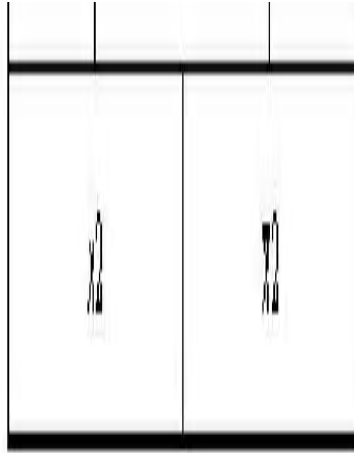


Рис. 4. Карта Карно для функции D2 возбуждения триггера Q2

$$\bar{D}3 = \bar{x}3\bar{Q}3(x2 + Q2) . \quad (5)$$

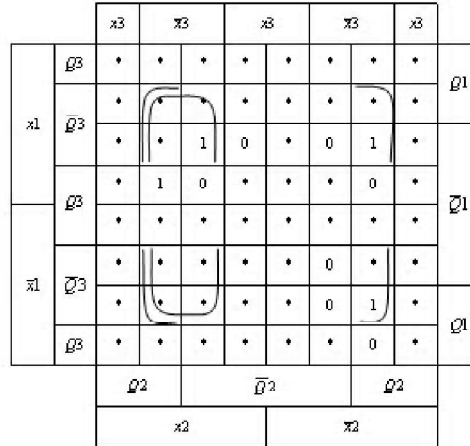


Рис. 5. Карта Карно для функции D3 возбуждения триггера Q3

3. Аналитический синтез функций возбуждения

Установим закономерности в алгоритмах формирования функций возбуждения D – триггеров для n-разрядных УБС. Для этого сведем функции возбуждения триггеров счетчиков с $n = 2, n = 3$ в табл. 4

Таблица 4. Функции возбуждения унитарных биномиальных счетчиков с $n = k$

Разрядность счетчика, n	Функции возбуждения D – триггеров
2	$D1 = \bar{x}1\bar{Q}2$
	$D2 = \bar{x}2\bar{Q}2(x1 + Q1)$
3	$D1 = \bar{x}1\bar{Q}3$
	$D2 = \bar{x}2\bar{Q}3(x1 + Q1)$
	$D3 = \bar{x}3\bar{Q}3(x2 + Q2)$

Закономерность построения функций возбуждения триггеров является очевидной. По аналогии запишем функции для счетчика с $n = 4$. Для получения однородной структуры перепишем функцию D1 в виде

$$D1 = \bar{x}1\bar{Q}4 \cdot 1, \quad (6)$$

$$D2 = \bar{x}2\bar{Q}4(x1 + Q1), \quad (7)$$

$$D3 = \bar{x}3\bar{Q}4(x2 + Q2), \quad (8)$$

$$D4 = \bar{x}4\bar{Q}4(x3 + Q3). \quad (9)$$

На основании табл. 4 и соотношений (6) – (9) запишем в общем виде функцию возбуждения D-триггера n-разрядного унитарного биномиального счетчика:

$$\begin{cases} D1 = \bar{x}1\bar{Q}_{n_{\max}} \cdot 1, j=1 \\ D_j = \bar{x}_j\bar{Q}_{n_{\max}} (x_{j-1} + Q_{j-1}), 1 < j \leq n_{\max} \end{cases} \quad (10)$$

где D_j – функция возбуждения j-го триггера; $Q_{n_{\max}}$ – единичный выход самого старшего триггера $x_{j-1}, x_j - (j-1)$ и j-й входы биномиального числа, $j = \overline{1, 2, \dots, n_{\max}}$.

Для доказательства выражения (10) используем метод математической индукции. В соответствии с первым шагом метода $D_2 = \bar{x}_2\bar{Q}_{n_{\max}} (x_1 + Q_1)$. На втором шаге допустим правильность выражения (10) при $j = k$, тогда $D_k = \bar{x}_k\bar{Q}_{n_{\max}} (x_{k-1} + Q_{k-1})$. На третьем шаге метода докажем, что выражение (10) будет верно при $j = k + 1$, тогда

$D_{k+1} = \bar{x}_{k+1} \bar{Q}_{n_{\max}} (x_{k+1-1} + Q_{k+1-1}) = \bar{x}_{k+1} \bar{Q}_{n_{\max}} (x_k + Q_k)$, заменим в этом выражении $k+1$ на a , в результате получим $D_a = \bar{x}_a \bar{Q}_{n_{\max}} (x_{a-1} + Q_{a-1})$. Полученное выражение полностью соответствует гипотезе (10), гипотеза подтверждена.

На основе соотношений (6) – (9) получим схему, представленную на рис. 6. Выделим в ней однотипные блоки, названные ячейками памяти (ЯП), которые являются универсальными элементами для построения УБС.

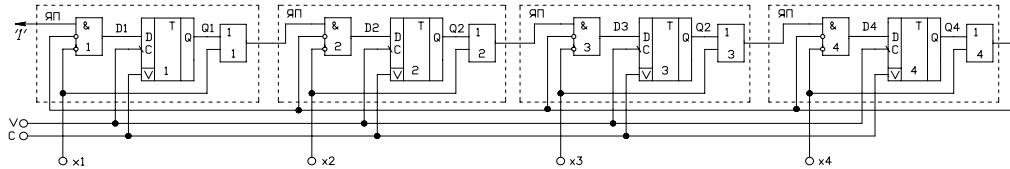


Рис. 6. Биномиальный счетчик с параметрами $n = k = 4$

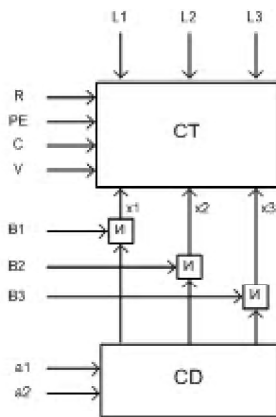


Рис. 7. Функциональная схема УБС с преобразователем кода

Для определения коэффициента пересчета УБС двоичным числом необходим преобразователь кода (рис. 7). Также выбор коэффициента пересчета возможен при помощи биномиального счетчика такого же типа.

В случае использования биномиального счетчика его собственный коэффициент пересчета выбирается равным $N = k + 1$, а его информационные выходы заводятся на входы биномиального числа управляемого счетчика. При таком включении коэффициент пересчета управляемого счетчика согласно (1) будет определяться унитарным кодом, поданным на вход управляющего счетчика.

На рис. 8 приведена схема УБС с параметрами $n = k = 3$. Приведенная схема отличается от рис. 6 тем, что в ней добавлена схема асинхронного сброса и параллельной загрузки, выполненная на элементах 1.1 – 1.3, 2.1 – 2.3, 3.1 – 3.3, преобразователь кодов на элементах 4.1 – 4.2, на группу входов $a1 - a2$ которого подается двоичное число, определяющее коэффициент пересчета счетчика. Согласно (1)

$$N_T = k + 1 - G_2,$$

где G_2 – число в двоичной форме, поданное на входы $a1 - a2$.

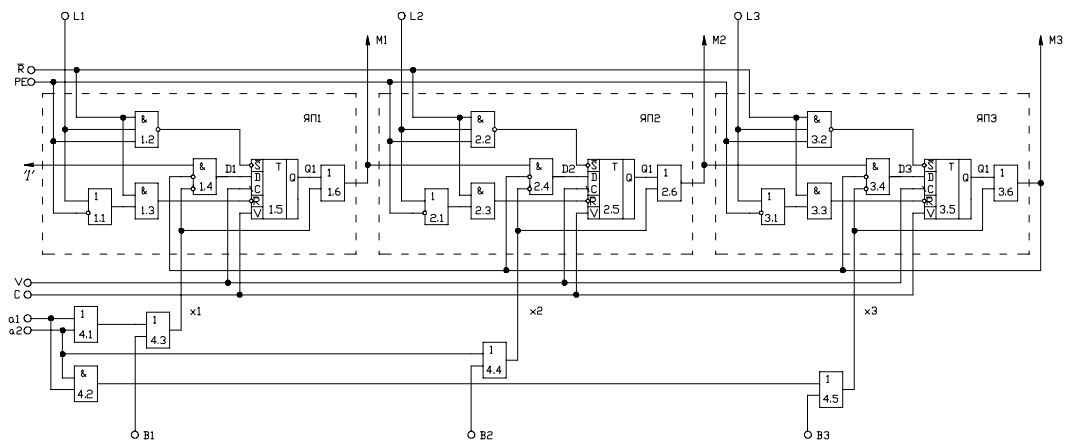


Рис. 8. Унитарный биномиальный счетчик с параметрами $n = k = 3$

Для подачи числа, определяющего коэффициент пересчета в биномиальной форме, предназначены входы $B1 - B3$. Вход разрешения параллельной загрузки и асинхронного сброса соответственно PE и \bar{R} , $L1 - L3$ – входы параллельной загрузки. Выходы $M1 - M3$ предназначены для контроля ячеек памяти.

Таким образом, было получено простое аналитическое выражение, позволяющее получать функции возбуждения триггеров n -разрядного унитарного биномиального счетчика с переменным коэффициентом пересчета. Также был получен универсальный элемент ЯП, позволяющий строить быстродействующие унитарные биномиальные счетчики любой разрядности и быстродействующие каскадные биномиальные счетчики на их основе. Такие счетчики имеют регулярную структуру и удобны для реализации на ПБИС.

4. Оценка быстродействия

Для оценки быстродействия схемы рис. 8 найдем аналитические выражения, определяющие максимальную тактовую частоту f_{\max} , которую можно подать на вход счетчика.

Как упоминалось выше, биномиальный код с параметрами $n = k$ имеет свойства рефлексных кодов. Это значит, что при переходе к младшему или старшему биномиальному числу происходит изменение только в одном разряде числа, исключение составляет переход от максимальной кодовой комбинации к нулевой. Как следствие, быстродействие всего счетчика равно быстродействию одного разряда. Счетчик, приведенный на рис. 8, разбит на однотипные элементы – ячейки памяти. Для оценки быстродействия счетчика необходимо найти максимальное время задержки распространения сигнала в одной ЯП. Из рис. 8 очевидным является то, что максимальное время задержки ЯП1 равно

$$t_{\text{зд.р.}}^{\text{ЯП1}} = t_{\text{з.р.ср.}}^{1.4} + t_{\text{з.р.ср.}}^{1.5} + t_{\text{з.р.ср.}}^{1.6},$$

где $t_{\text{зд.р.}}^{\text{ЯП1}}$ – время задержки ЯП1; $t_{\text{з.р.ср.}}^{1.4}$, $t_{\text{з.р.ср.}}^{1.6}$ – среднее время задержки распространения сигнала в элементах И1.4, ИЛИ1.6 соответственно; $t_{\text{з.р.ср.}}^{1.5}$ – среднее время задержки распространения сигнала в триггере 1.5.

Согласно сказанному выше

$$f_{\max} \leq \frac{1}{t_{\text{зд.р.}}^{\text{ЯП1}}}.$$

Для создания имитационной модели описанного счетчика был использован САПР МАХ+plus II. В качестве элементной базы была выбрана микросхема ЕРМ3032А семейства МАХ3000А. Результаты моделирования полностью совпали с теоретическими выкладками, приведенными выше. Было получено время задержки ЯП $t_{\text{зд.р.}}^{\text{ЯП}} = 3 \text{ нс}$. Максимальная частота на входе счетчика ограничена выбранной элементной базой и составила $f_{\max} = 220 \text{ МГц}$.

5. Выводы

На основании исследований, проведенных в данной работе, найдены обобщенные аналитические выражения, необходимые при построении быстродействующих унитарных биномиальных счетчиков любой разрядности. Полученные счетчики имеют регулярную структуру и удобны для реализации на ПЛИС. Также была получена программная модель и произведена оценка быстродействия. Максимальная частота на входе биномиального счетчика ограничена выбранной элементной базой и составила $f_{\max} = 220 \text{ МГц}$.

Список литературы: 1. *Борисенко А.А.* Введение в теорию биномиального счета: Монография. Сумы: ИТД «Университетская книга», 2004. 88 с. 2. А.С. СССР 1298906. Счетчик импульсов. *Борисенко А.А., Воронов В.Г., Володченко Г.С., Куно Г.В.*

Поступила в редколлегию 29.04.2009

Борисенко Алексей Андреевич, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой электроники и компьютерной техники Сумского государственного университета. Научные интересы: теория информации и кодирования, сжатие данных. Адрес: Украина, 40000, Сумы, ул. Римского-Корсакова, 2, тел. 392-322, e-mail: electron@sumdu.edu.ua.

Петров Владислав Викторович, аспирант кафедры электроники и компьютерной техники Сумского государственного университета. Научные интересы: теория информации и кодирования. Адрес: Украина, 40000, Сумы, ул. Римского-Корсакова, 2, тел. 392-322, e-mail: electron@sumdu.edu.ua.